



ANÁLISE AEROTERMODINÂMICA DE UMA SONDA PITOT AERONÁUTICA:
MODELO CONJUGADO, SIMULAÇÃO HÍBRIDA E ESTUDOS PARAMÉTRICOS DE
PROJETO

Kleber Marques Lisboa

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

Rio de Janeiro

Março de 2013

ANÁLISE AEROTERMODINÂMICA DE UMA SONDA PITOT AERONÁUTICA:
MODELO CONJUGADO, SIMULAÇÃO HÍBRIDA E ESTUDOS PARAMÉTRICOS DE
PROJETO

Kleber Marques Lisboa

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE
ENGENHARIA MECÂNICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO MECÂNICO.

Examinado por:

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

Profa. Juliana Braga Rodrigues Loureiro, D.Sc.

Prof. Helcio Rangel Barreto Orlande, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2013

Lisbôa, Kleber Marques

Análise Aerotermodinâmica de uma Sonda Pitot Aeronáutica: Modelo Conjugado, Simulação Híbrida e Estudos Paramétricos de Projeto/ Kleber Marques Lisbôa. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2013.

XIV, 73 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Renato Machado Cotta

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Mecânica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 63-66.

1. Tubo de Pitot. 2. Problemas Térmicos Conjugados. 3. Convecção Forçada Externa. 4. Escoamentos Compressíveis. 5. Métodos Híbridos Numérico-Analíticos. I. Cotta, Renato Machado. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Mecânica. III. Título.

*“A ciência é, portanto, uma perversão de si mesma, a menos que tenha como fim último,
melhorar a humanidade.”*

Nikola Tesla

À minha família e às vítimas do acidente com o voo AF447.

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos à Marinha Brasileira e ao INMETRO por terem permitido a campanha experimental cujos dados foram utilizados no presente texto para a validação do modelo teórico proposto.

Agradeço à FAPERJ e ao CNPq pelo suporte financeiro ao projeto.

Agradecimentos ao meu orientador, Professor Renato Machado Cotta, pela oportunidade e também fica aqui o meu registro da enorme força de vontade demonstrada por ele que, mesmo em face de uma dor terrível, conseguiu transformar um desastre em motivação para trabalhar em prol de que o mesmo não ocorra com outras famílias. Isso me fez respeitá-lo ainda mais.

Agradecimentos ao Engenheiro, ex-oficial da Marinha Brasileira e, em breve, Doutor José Roberto Brito de Souza pela ajuda teórica realizada ao desenvolver um modelo preliminar no qual o presente trabalho se baseou e também por gentilmente oferecer os dados experimentais de sua tese para que fosse possível validar o meu modelo.

Agradecimentos aos meus amigos de LTTC: Ivana morena, Ivana loira (?!), José Martim e outros tantos que se não tiveram influência direta no trabalho, pelo menos nos acompanhou nas conversas da hora do café.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico.

Análise Aerotermodinâmica de uma Sonda Pitot Aeronáutica: Modelo Conjugado,
Simulação Híbrida e Estudos Paramétricos de Projeto

Kleber Marques Lisboa

Março/2013

Orientador: Renato Machado Cotta

Curso: Engenharia Mecânica

Este trabalho propõe um modelo de transferência de calor conjugada para análise térmica de um tubo de Pitot aeronáutico. A equação da energia para a condução ao longo do Pitot é acoplada com as equações governantes da convecção externa. A equação de energia no sólido é simplificada ao aproximar o termo de difusão radial usando a CIEA, obtendo-se assim um modelo transiente unidimensional para a temperatura média na seção transversal do Pitot o qual é resolvido através da GITT. Quanto às equações de movimento do fluido, estas são resolvidas com o uso do método integral e da relação de Crocco-Busemann. Estes modelos são inseridos, então, em um processo iterativo responsável pelo acoplamento entre os campos de temperatura nas duas regiões. O modelo e a rotina de simulação desenvolvidos são, então confrontados com dados experimentais de forma a validá-los. Feito isso, são propostas três modificações no sensor: a diminuição do raio do ponto de estagnação, aplicação de maior densidade de potência próxima ao ponto de estagnação e o uso de uma sonda completamente cilíndrica. Uma comparação analítica entre estas é feita.

Palavras-chave: Tubo de Pitot, Transferência de Calor Conjugada, Convecção Externa Compressível, Métodos Híbridos.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Aerothermodynamical Analysis of an Aeronautical Pitot Probe: Conjugated Model, Hybrid Simulation and Design Parametric Studies

Kleber Marques Lisboa

March/2013

Advisor: Renato Machado Cotta

Course: Mechanical Engineering

This work proposes a conjugated heat transfer model for the thermal analysis of an aeronautical Pitot tube. The energy equation for the conduction along the Pitot is coupled with the governing equations of the external convection. The energy equation for the solid is simplified approximating the radial diffusion term using the CIEA, yielding an transient onedimensional model for the mean temperature at the transversal section of the Pitot which is solved via GITT. As for the movement equations for the fluid, they are solved using the integral method along with the Crocco-Busemann relation. These models are then enrolled in an iterative process responsible for the coupling of the temperature fields between the two regions. The model and the simulation routine developed are compared with experimental data aiming at validating them. Finishing these three modifications in the sensor are proposed: reducing the stagnation point radius, employing a higher power density near the stagnation point and the use of a completely cylindrical probe. An objective comparison between them follows.

Keywords: Pitot Tubes, Conjugated Heat Transfer, Compressible External Convection, Hybrid Methods.

Índice

Lista de Figuras.....	viii
Nomenclatura.....	xii
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1. Motivação e Objetivos.....	1
1.2. Organização do Trabalho.....	3
Capítulo 2 - Revisão da Literatura.....	4
2.1. Sistemas Anti-Gelo e de Degelo em Aeronaves	4
2.2. Convecção Externa Compressível.....	10
2.3. Problemas Conjugados	11
2.4. Técnica da Transformada Integral Generalizada	12
Capítulo 3 - Formulação do Problema	14
3.1. Descrição do Problema Conjugado	14
3.2. Modelo Matemático	17
3.2.1. Problema de Condução: Técnica das Equações Integrais Acopladas (CIEA)...	17
3.2.2. Problema de Convecção Externa.....	25
Capítulo 4 - Método de Solução	31
4.1. Problema de Condução de Calor.....	31
4.2. Problema de Convecção	36
4.3. Problema Conjugado	40
Capítulo 5 - Resultados e Discussão	41
5.1. Verificação do Problema de Convecção: Placa Plana.....	41
5.2. Validação para Escoamento Incompressível: Experimento em Túnel de Vento	43
5.3. Validação para Escoamento Compressível: Ensaios em Voo	48

5.4. Estudos Paramétricos para o Projeto Térmico de Sondas Pitot	55
5.4.1. Raio do Ponto de Estagnação	55
5.4.2. Densidade de Potência	56
5.4.3. Geometria Cilíndrica da Sonda	58
Capítulo 6 - Conclusões	61
Capítulo 7 - Referências Bibliográficas	63
Apêndice A - Tabelas de Convergência da GITT	67

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Ilustração de dois tipos de construção utilizados para o sistema de degelo pneumático: o montado ao longo da envergadura e o montado perpendicularmente a esta (HEINRICH et al., 1991).	4
Figura 2.2 – Seções transversais de aquecedores elétricos empregados na indústria aeronáutica com foco no uso dos materiais (HEINRICH et al., 1991).....	5
Figura 2.3 – Posição de partes protegidas por sistemas de aquecimento eletrotérmico em uma aeronave (HEINRICH, 1991).	6
Figura 2.4 – Superfície porosa com a finalidade de permear o fluido redutor de ponto de congelamento.....	7
Figura 2.5 - Esquemático do posicionamento dos fios por onde passam os impulsos eletromagnéticos responsáveis pelo degelo (HEINRICH et al., 1991).....	7
Figura 2.6 – Seção transversal do bordo de ataque de uma asa mostrando o posicionamento dos principais componentes e o escoamento gerado pelo sistema de proteção contra gelo através de ar quente (HEINRICH, 1991).	8
Figura 3.1 – Sonda Pitot PH-510 utilizada como base para os desenvolvimentos no presente trabalho.....	14
Figura 3.2 - Desenho técnico da sonda Pitot PH-510 fabricada por AeroInstruments Co...	14
Figura 3.3 – Ensaio de acreção de gelo em uma probe realizado nas dependências do Instituto Aerodinâmico Central (TsAGI na sigla em russo), localizado em Moscou, Rússia.	15
Figura 3.4 – Ilustração da região axissimétrica de um tubo de Pitot com geometria arbitrária e sua interação com a camada limite externa.	16
Figura 3.5 – Variação espacial da capacidade térmica adimensionalizada.....	23
Figura 3.6 - Variação espacial da condutividade térmica adimensionalizada.....	23
Figura 3.7 – Perímetro da seção transversal do Pitot.....	24
Figura 3.8 – Área da seção transversal do Pitot.	24
Figura 3.9 – Distribuição do termo de geração volumétrica de calor ao longo da direção longitudinal.....	24
Figura 3.10 – Comparação entre os campos de temperatura calculados pela relação de Crocco-Busemann e dados experimentais (Adaptado de WHITE, 1992).....	28

Figura 4.1 – Comparação entre o perfil de velocidades da lei da potência, em pontilhado, e o perfil obtido com a teoria de comprimento de mistura, em linha cheia.	39
Figura 4.2 – Fluxograma indicativo das etapas do processo iterativo empregado para a solução do problema conjugado	40
Figura 5.1 – Comparação entre as diferentes ordens de aproximação polinomial para o campo de velocidades com a correlação analítica da equação (45) para regime laminar....	42
Figura 5.2 – Comparação entre o resultado obtido pelo método integral e aquele proveniente da correlação para escoamento em regime turbulento.....	43
Figura 5.3 – Túnel de vento subsônico de circuito aberto que equipa o DINAM (Divisão de Mecânica dos Fluidos e Anemometria) do INMETRO	43
Figura 5.4 – Posicionamento da câmera de termografia por infravermelho.	44
Figura 5.5 – Posicionamento do equipamento de velocimetria por imagem de partículas..	44
Figura 5.6 – Resultados experimentais da termografia por infravermelho (9.98 m/s, 68 V e 0.69 A no resistor)	45
Figura 5.7 – Resultado da velocimetria por imagem de partículas para uma velocidade de 9.98 m/s	45
Figura 5.8 – Comparação entre campos de temperatura em regime permanente: experimental, em vermelho, e simulado, em preto	46
Figura 5.9 – Resultados para o escoamento (túnel de vento, 9.98 m/s, 68V, 0.69 A): (a) Distribuição de espessura da camada limite; (b) Comparação entre o coeficientes de transferência de calor simulado, em preto, e de correlação, em vermelho.	46
Figura 5.10 – Comparação entre a evolução temporal da temperatura medida no experimento em túnel de vento e o calculado através do modelo conjugado proposto desconsiderando a porcelana, para diversas posições longitudinais.....	47
Figura 5.11 - Comparação entre a evolução temporal da temperatura medida no experimento em túnel de vento e o calculado através do modelo conjugado proposto considerando a porcelana, para diversas posições longitudinais.	48
Figura 5.12 – Disposição do tubo de Pitot na aeronave: (a) posicionamento do Pitot no A-4 Skyhawk; (b) instalação do tubo de Pitot no cone frontal da aeronave; (c) Data Logger isolado termicamente no compartimento frontal da aeronave; (d) detalhe do posicionamento dos termopares.....	49

Figura 5.13 – Variação temporal do termo de geração de energia térmica devido ao efeito Joule no resistor nos ensaios em vôo: (a) 10000 pés e Mach 0.5; (b) 15000 pés e Mach 0.51	50
Figura 5.14 – Evolução das temperaturas na superfície do Pitot a 80 mm do ponto de estagnação, negligenciando a porcelana, com o modelo proposto, em preto, com o modelo em parametros concentrados classico, em vermelho, e com resultados experimentais, em azul, para os ensaios em voo: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach de 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach de 0.51	51
Figura 5.15 – Evolução das temperaturas na superfície do Pitot a 80 mm do ponto de estagnação, considerando a porcelana, com o modelo proposto, em preto, com o modelo em parametros concentrados classico, em vermelho, e com resultados experimentais, em azul, para os ensaios em voo: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach de 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach de 0.51.....	51
Figura 5.16 – Campo de temperaturas em função da posição longitudinal em regime permanente: (a) para o voo a 10000 pés e Mach 0.5; (b) para o voo a 15000 pés e Mach 0.51.....	53
Figura 5.17 – Variação da espessura da camada limite ao longo da direção longitudinal do Pitot: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach 0.51.....	53
Figura 5.18 – Variação do coeficiente de transferência de calor ao longo da direção longitudinal do Pitot: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach 0.51	54
Figura 5.19 – Comportamento transiente simulado da temperatura do ponto de estagnação do tubo de Pitot: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach 0.51.....	54
Figura 5.20 – Parâmetros geométricos modificados com redução de 50% no diâmetro da região de estagnação: (a) perímetro da seção transversal do Pitot; (b) área da seção transversal do Pitot.....	55
Figura 5.21 – Comportamento transiente da temperatura no ponto de estagnação obtida com a diminuição no raio dessa região, em preto, comparado àquele validado nos ensaios em voo, em vermelho: (a) voo a 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés e Mach 0.51	56

Figura 5.22 – Distribuição de geração de energia por efeito Joule ao longo da direção longitudinal do Pitot: distribuição de potência linear, em preto, distribuição uniforme, em vermelho.....	57
Figura 5.23 – Comparação entre a temperatura no ponto de estagnação obtida com a distribuição linear de potência, em preto, e com a distribuição uniforme de potência, em vermelho: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach 0.51.....	58
Figura 5.24 – Variação com a direção longitudinal dos parâmetros geométricos do Pitot com a sonda puramente cilíndrica: (a) perímetro da seção transversal; (b) área da seção transversal.....	59
Figura 5.25 – Distribuição espacial de geração de energia térmica considerando a sonda totalmente cilíndrica.....	59
Figura 5.26 – Evolução temporal da temperatura no ponto de estagnação para uma sonda puramente cilíndrica, em preto, e para a geometria do Pitot usado na validação do model: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51	60

Nomenclatura

A	Área da seção transversal do Pitot.
a	Distância entre o ponto de estagnação e o ponto de transição entre a sonda e o suporte.
a_0	Distância ente o ponto de estagnação e o ponto de transição entre a geometria cônica e a cilíndrica.
\mathbf{b}	Vetor força de corpo por unidade de massa.
Bi_e	Número de Biot no ponto de estagnação.
Bi_L	Número de Biot na extremidade oposta ao ponto de estagnação.
e_0	Energia interna específica total (ou de estagnação).
g	Geração interna de calor por unidade de volume.
g_{av}	Geração interna de calor por unidade de volume promediada radialmente.
H	Entalpia total (ou de estagnação).
h	Coefficiente de transferência de calor por convecção externa local.
H_e	Entalpia de estagnação na borda da camada limite.
h_e	Coefficiente de transferência de calor por convecção no ponto de estagnação.
h_L	Coefficiente de transferência de calor por convecção no final do sensor.
k	Condutividade térmica equivalente do sólido.
k_t	Condutividade térmica turbulenta do fluido.
k_0	Condutividade térmica do cobre
k^*	Condutividade térmica do sólido adimensionalizada.
L	Comprimento total do Pitot.
M_∞	Número de Mach no fluxo livre.
$Nu_{el, bel}$	Número de Nusselt médio em uma elipse baseado em seu semi-eixo vertical.
$Nu_{e,r}$	Número de Nusselt no ponto de estagnação baseado no raio deste.
Nu_x	Número de Nusselt local da convecção forçada externa.
p	Pressão estática.
Pr	Número de Prandtl.
Pr_t	Número de Prandtl turbulento.

q	Vetor fluxo de calor.
\dot{q}	Fluxo de calor na direção transversal à superfície.
r	Coordenada radial.
r_i	Raio interno da parte axissimétrica do Pitot.
R_o	Raio externo da parte axissimétrica do Pitot corrigido para a compressibilidade.
r_o	Raio externo da parte axissimétrica do Pitot.
Re_{bel}	Número de Reynolds baseado no semi-eixo vertical da elipse.
Re_r	Número de Reynolds baseado no raio do ponto de estagnação.
Re_x	Número de Reynolds baseado na coordenada da direção longitudinal.
S	Tensor de tensões no fluido
s	Coordenada tangencial à superfície externa do Pitot.
T	Temperatura do fluido.
t	Tempo.
T_{av}	Temperatura média no sólido.
T_{av0}	Temperatura média inicial no sólido.
T_{aw}	Temperatura de parede adiabática.
T_r	Temperatura de referência para a correção de compressibilidade.
T_{ref}	Temperatura de referência para adimensionalização (neste caso 0 °C).
T_s	Temperatura do sólido.
T_w	Temperatura da superfície do Pitot em regime permanente.
T_0	Temperatura inicial do sólido.
T'	Flutuação turbulenta da temperatura do fluido.
T_∞	Temperatura do fluido em fluxo livre.
u	Velocidade do fluido tangencial à superfície do Pitot.
u'	Flutuação turbulenta da velocidade tangencial a superfície do Pitot.
u_e	Velocidade do fluido na borda da camada limite.
u_x	Componente horizontal da velocidade na borda da camada limite.
u_y'	Componente vertical da velocidade na borda da camada limite.
u_τ	Velocidade de fricção.
u^+	Velocidade adimensionalizada pela velocidade de fricção

u_{∞}	Velocidade de fluxo livre.
\mathbf{V}	Vetor velocidade do fluido.
v	Velocidade do fluido na direção transversal à superfície do Pitot.
v'	Flutuação da velocidade na direção transversal à superfície do Pitot.
w	Capacidade térmica do sólido.
w_0	Capacidade térmica do cobre.
w^*	Capacidade térmica do sólido adimensionalizada.
X	Coordenada na direção longitudinal adimensionalizada.
x	Coordenada na direção longitudinal.
y	Coordenada na direção transversal à superfície do Pitot.
y^+	Coordenada na direção transversal à superfície do Pitot adimensionalizada: $\frac{u_{\tau}y}{\nu_w}$

Símbolos Gregos

δ	Espessura da camada limite mecânica.
θ_{av}	Temperatura média no sólido adimensionalizada.
$\bar{\theta}_i$	Temperatura adimensionalizada do sólido transformada.
κ	Coefficiente angular do comprimento de mistura.
λ_i	i-ésimo autovalor da autofunção Ψ_i .
μ_t	Viscosidade dinâmica turbulenta.
ρ	Massa específica do fluido.
ρ_e	Massa específica do fluido na borda da camada limite.
σ_j	j-ésima autofunção auxiliar.
τ	Tempo adimensional.
τ_{sy}	Tensão cisalhante na direção transversal à superfície do Pitot.
τ_w	Tensão cisalhante na superfície do Pitot.
τ_T	Tensão cisalhante total
$\Psi_i(X)$	i-ésima autofunção.
$\tilde{\Psi}_i(X)$	i-ésima autofunção normalizada.
ω_j	j-ésimo autovalor auxiliar.

Capítulo 1 - Introdução

1.1. Motivação e Objetivos

Congelamento de superfícies aeronáuticas e o consequente declínio no desempenho das mesmas em voos a altas altitudes é um fenômeno conhecido e estudado desde a Segunda Guerra Mundial. As principais partes afetadas são as asas, as empenagens, as entradas do motor, nariz do avião, porta do compartimento do trem de pouso e sensores (GENT et al., 2000; CALISKAN et al., 2008), dentre os quais se destaca a sonda Pitot, responsável pelas medidas de velocidade local da aeronave e, por esta ser um parâmetro fundamental para a guiagem e navegação, parte crítica dos sistemas aeronáuticos modernos. O congelamento de tais sondas pode gerar medidas de velocidade inconsistentes que tornam todo o sistema de controle da aeronave não confiável. Os efeitos catastróficos de tal falha foram evidenciados no recente acidente com o voo AF447 em 2009 no qual uma combinação de congelamento dos Pitots com uma deficiência no treinamento dos pilotos em condições de perda de sustentação a altas altitudes sem informações coerentes de velocidade foram apontados, pelo Bureau d'Enquêtes et d'Analyses pour la Sécurité de l'Aviation Civile (BEA), como as principais causas para o desastre. No entanto, este não foi o único acidente em que o congelamento de tubos de Pitot aeronáuticos foi citado como causa determinante do acidente aéreo. Na pesquisa aqui realizada, foram encontrados outros três acidentes com circunstâncias bastante parecidas com aquelas do AF447, sendo estes: o acidente com o voo 301 da Birgenair em 1996 envolvendo um Boeing 757-225 que fazia a rota entre a República Dominicana e Frankfurt na Alemanha; o acidente com o voo 6231 da Northwest em 1974 envolvendo um Boeing 727-251 que fazia a rota entre a Cidade de Nova Iorque e Buffalo nos Estados Unidos; o acidente com o voo 2553 da Austral Líneas Aéreas em 1997 envolvendo um McDonnell Douglas DC-9-32 que fazia a rota entre Posadas e Buenos Aires na Argentina. No total, 494 pessoas morreram nos acidentes citados, mostrando a importância do presente estudo.

Muitas informações e estudos foram encontrados no que se refere ao congelamento de asas e empenagens e de entradas de motores. Isso se deve não só à importância comercial, mas também à vantagem estratégica que era obtida com esse conhecimento. Softwares de distribuição controlada foram desenvolvidos para tal fim dentre os quais se

pode citar o LEWICE, ONERA2D, TRAJICE, CANICE e etc. Apesar da importância em se estudar o congelamento de sondas Pitot corroborada pelos motivos citados no parágrafo anterior, muito pouco foi encontrado na literatura aberta contendo pesquisas a respeito deste assunto. É provável que as companhias fabricantes tenham métodos específicos para dimensionar seus equipamentos para resistir à formação de gelo quando expostos às condições extremas. No entanto, possivelmente devido a questões comerciais, não liberam essas informações ao grande público. Porém, tendo em vista o bem estar do usuário de transporte aéreo, é importante que essas informações estejam disponíveis de forma que se possa questionar o porquê das escolhas de projeto feitas pelas empresas fornecedoras de tais equipamentos e que possam ser confrontadas adequadamente em caso de falha.

Em um grande número de situações envolvendo transferência de calor por convecção na engenharia térmica, é possível negligenciar a influência da participação da parede no comportamento do escoamento e do campo de temperaturas no fluido e vice-versa, tanto na convecção interna quanto na externa. Portanto, na maioria das aplicações, correlações empíricas para o coeficiente de transferência de calor obtidas sob condições prescritas – fluxo ou temperatura constante, geralmente – são empregadas para estimar a troca térmica por convecção natural, forçada ou mista. Isso em parte é devido à dificuldade de correlacionar coeficientes de transferência de calor para as mais diversas situações físicas e seu uso também pode ser creditado à inerente simplificação do problema térmico. Em contraponto ao uso de modelos simplificados existe a alternativa de resolução do problema conjugado condução-convecção. Entretanto, essa opção adiciona complexidade matemática e esforço computacional, visto que, não raro, exige a solução das equações de Navier-Stokes conjuntamente com a equação de balanço de entalpia no fluido e a equação de energia no sólido, em formulações acopladas e não-lineares, de difícil tratamento numérico. No entanto, sistemas de proteção térmica de aeronaves, em geral, são projetados para que a parte sólida de alguma forma influencie a convecção externa e, conseqüentemente, a formação de gelo, tornando essencial a análise de um problema conjugado condução-convecção para esse propósito, o que será mostrado ao longo do presente texto. Caso contrário, as conclusões físicas poderiam se distanciar da realidade ou até mesmo levarem a interpretações errôneas.

É neste contexto que se insere o presente trabalho, que tem como objetivos principais forjar uma plataforma para o desenvolvimento de uma rotina para a simulação de acreção de gelo em sensores de velocidade aeronáuticos e, sempre visando à prevenção, o modelo aqui proposto tem o intuito de resolver o problema conjugado condução-convecção ao longo do transiente que antecede o congelamento, permitindo-se tirar conclusões de projeto voltado a profilaxia da formação de gelo em voos sob condições atmosféricas adversas.

1.2. Organização do Trabalho

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão da literatura disponível sobre o tema abordado e também sobre a metodologia de solução e motivações.

No Capítulo 3 a formulação do problema conjugado condução-convecção em um tubo de Pitot é apresentada com a descrição física e matemática tanto do escoamento quanto da troca térmica entre o fluido e o sólido.

No Capítulo 4 são descritas as formas de solução de cada um desses problemas, com breves descrições tanto da técnica da transformada integral quanto da aproximação das equações integrais acopladas, bem como a derivação de equações simplificadas para os escoamentos laminar e turbulento em torno do Pitot usando o método integral, além das relações empíricas para os termos turbulentos.

No Capítulo 5 são apresentados os resultados obtidos e estes são comparados em três situações experimentais visando a validação do modelo proposto para o uso em aplicações práticas reais.

No Capítulo 6 as conclusões são tiradas baseadas nos resultados obtidos e possíveis melhorias no modelo são propostas conjuntamente com uma breve descrição dos próximos passos para a simulação da acreção de gelo em sensores de velocidade aeronáuticos.

No Capítulo 7 são mostradas as referências que foram utilizadas no presente trabalho.

Capítulo 2 - Revisão da Literatura

2.1. Sistemas Anti-Gelo e de Degelo em Aeronaves

HEINRICH et al., 1991 apresenta os cinco tipos mais comuns de sistemas de proteção contra a formação de gelo utilizados em aeronaves comerciais, utilitárias ou de lazer. São estes: sistema de degelo pneumático; sistema eletrotérmico; sistemas de proteção contra gelo usando fluido; sistema de degelo de impulso elétrico; sistemas de ar quente. A seguir estes são listados e descritos com um pouco mais de detalhes de forma a permitir um melhor entendimento tanto do fenômeno de formação de gelo quanto de estratégias para evitá-la.

a) Sistema de Degelo Pneumático

Consiste em um sistema de remoção mecânica de gelo acumulado através de ciclos de inflação e deflação de tubos situados em uma camada sob a superfície a ser protegida. Ao inflar, estes tubos quebram e desfazem o vínculo entre o gelo e a superfície, conforme mostrado na Figura 2.1. Então, forças aerodinâmicas ou centrífugas – dependendo da aplicação – se encarregam de remover os pedaços de gelo. Por funcionar apenas após a formação de gelo ser concretizada, este método não tem serventia como equipamento preventivo. Além disso, não há aplicação em sondas, o que foge do escopo desse trabalho.

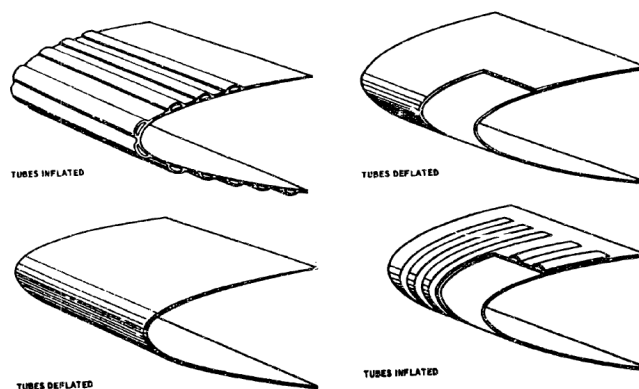


Figura 2.1 – Ilustração de dois tipos de construção utilizados para o sistema de degelo pneumático: o montado ao longo da envergadura e o montado perpendicularmente a esta (HEINRICH et al., 1991).

b) Sistema Eletrotérmico

O sistema eletrotérmico é constituído de uma fonte geradora de energia térmica por efeito Joule, ou seja, um resistor elétrico, um sistema de distribuição de energia e um sistema de controle. Algumas configurações construtivas são mostradas na Figura 2.2. Um fato que merece menção é a presença em todos eles de camadas de isolamento elétrico cuja influência será alvo de análise ao longo do presente texto. Tipicamente, a energia para este tipo de proteção anti-gelo vem de uma dessas duas fontes: extração do sistema elétrico geral da aeronave ou um gerador elétrico dedicado para esta tarefa. Seu princípio de funcionamento é relativamente simples, se baseando na energia dissipada em um resistor que se difunde pelo próprio material empregado na fabricação da superfície a que se quer proteger. Embora este princípio seja o mesmo tanto para o anti-gelo quanto para o degelo, operacionalmente estas duas aplicações são bem diferentes. No anti-gelo necessita-se de menos energia em comparação ao degelo o que faz com que sistemas anti-gelo não sejam capazes de eliminar o gelo da superfície quando este, por algum motivo, já se formou. Já os sistemas de degelo eletrotérmico não ficam ligados o tempo todo, sendo requisitados apenas quando grande quantidade de gelo já aderiu à superfície protegida.

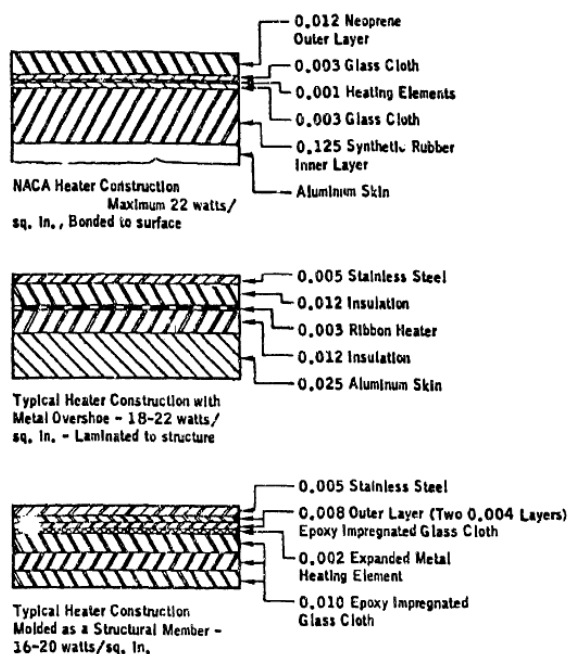


Figura 2.2 – Seções transversais de aquecedores elétricos empregados na indústria aeronáutica com foco no uso dos materiais (HEINRICH et al., 1991).

As aplicações deste tipo de sistema são muito amplas em aeronaves modernas tanto de pequeno quanto de grande porte. Entre as partes em que a proteção eletrotérmica é empregada, pode-se citar o bordo de ataque de asas e empenagens em aviões de pequeno e médio porte, para-brisas, antenas, hélices, entradas de ar dos motores, cone frontal e sondas de velocidade, as quais são situadas na Figura 2.3. Por sua aplicação específica em tubos de Pitot este sistema é de grande importância para os desenvolvimentos subsequentes.

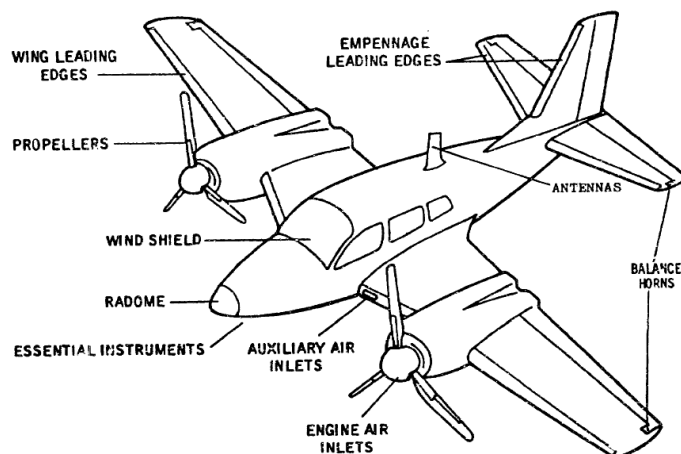


Figura 2.3 – Posição de partes protegidas por sistemas de aquecimento eletrotérmico em uma aeronave (HEINRICH, 1991).

c) Sistema de Proteção contra Gelo usando Fluido

O sistema de proteção contra gelo usando fluido se baseia no princípio de que ao cobrir a superfície a ser protegida com um fluido, que aja como redutor do ponto de congelamento, será evitada a aderência de gelo à região. Isto ocorre, pois quando as gotas de água sub-resfriadas se chocam com a superfície, estas se juntam ao fluido ali presente e formam uma mistura que possui uma temperatura de congelamento menor que a da água. A mistura não congelada, então, flui a jusante até perder contato com a superfície ou mesmo evaporar. O fluxo contínuo de fluido é mantido através de poros feitos na superfície, tais quais aqueles mostrados na Figura 2.4.

Tipicamente os fluidos utilizados são, por exemplo, etileno glicol, álcool isopropil, álcool etílico (misturado ou não com glicerina), e álcool metílico. Misturas destas substâncias também são empregadas na prática. No entanto, um dos grandes empecilhos para a aplicação desta técnica é que muitas dessas substâncias são tóxicas.

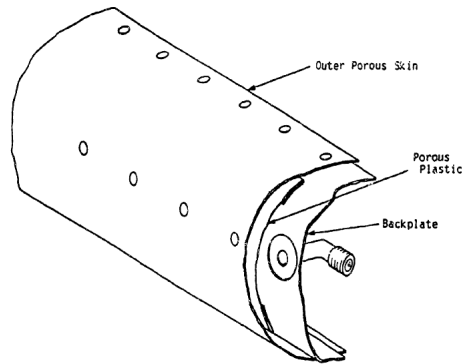


Figura 2.4 – Superfície porosa com a finalidade de permear o fluido redutor de ponto de congelamento

d) Sistema de Degelo por Impulso Elétrico

O sistema de degelo por impulso elétrico é classificado como um método mecânico de proteção contra a formação de gelo. O gelo é quebrado, solto e expulso por um golpe gerado eletrodinamicamente. A remoção é favorecida pelo escoamento que arrasta os pedaços de gelo. Portanto, pouca quantidade de energia é necessária para fornecer este tipo de proteção.

Para realizar este trabalho, este sistema conta com uma fita de fios posicionados abaixo da superfície a ser protegida sendo separada desta por uma camada de ar, conforme mostra a Figura 2.5. Uma corrente de alta voltagem é descarregada subitamente através destes fios, gerando campos eletromagnéticos capazes de deformar a capa metálica e, assim, quebrar o gelo.

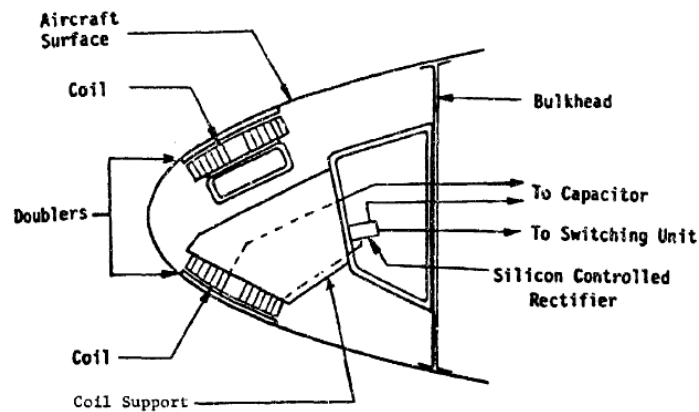


Figura 2.5 - Esquemático do posicionamento dos fios por onde passam os impulsos eletromagnéticos responsáveis pelo degelo (HEINRICH et al., 1991).

e) Sistemas de Ar Quente

Como observado na maioria dos sistemas de proteção contra o gelo, calor é fornecido à superfície a resguardar, só que dessa vez utilizando uma fonte de ar quente que é chocado contra a capa externa da estrutura, assim prevenindo que as gotas de água em suspensão na atmosfera congelem ou descolando aquelas que já congelaram. As principais fontes de ar quente empregadas na prática são a extração de ar na saída do compressor de turbinas, compressão de ar usando um compressor dedicado alimentado eletricamente, recuperação de gases de exaustão de motores a pistão e o aquecimento de ar usando a queima de combustível. O ar quente é, então, transportado em dutos até as superfícies que requerem proteção contra o gelo. Isto é feito de forma a atingir a máxima utilização do calor.

Construtivamente este sistema é constituído de bocais que injetam o ar contra a superfície a ser protegida. Este ar flui tangencialmente a esta superfície de forma a trocar calor por convecção com esta, aquecendo-a. Para acelerar este processo, passagens corrugadas e que promovem turbulência são utilizadas de forma a intensificar a troca térmica. Exemplos construtivos são ilustrados na Figura 2.6.

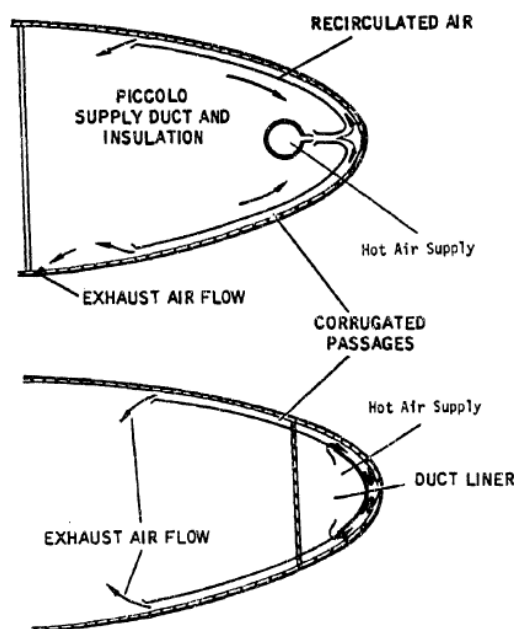


Figura 2.6 – Seção transversal do bordo de ataque de uma asa mostrando o posicionamento dos principais componentes e o escoamento gerado pelo sistema de proteção contra gelo através de ar quente (HEINRICH, 1991).

A principal razão para esta apresentação dos principais sistemas de proteção contra o congelamento de gotículas de água em suspensão na atmosfera é o entendimento da funcionalidade de sistemas eletrotérmicos, que são os mais largamente utilizados em tubos de Pitot, e a avaliação sobre a possibilidade de usar outros sistemas em redundância com este. Para tanto, convém uma comparação objetiva entre as vantagens e desvantagens de cada equipamento e a análise da viabilidade de seu uso em sondas Pitot.

O motivo para a dominância de sistemas de proteção eletrotérmicos em sensores de velocidade é que este é o mais compacto e fácil de controlar em comparação aos outros (HEINRICH et al., 1991) apresentados mais acima. Soma-se a isto a relativamente baixa necessidade energética (cerca de 100 W) destas sondas, que têm porte pequeno em aeronaves comerciais modernas, o que permite negligenciar o alto custo energético associado com este tipo de proteção contra a formação de gelo. A Tabela 2.1 (HEINRICH et al., 1991) apresenta as principais vantagens dos sistemas de proteção contra o gelo discutidos na presente seção. Ao avaliar as possibilidades, o sistema com fluido emerge como uma possibilidade a ser estudado no futuro principalmente por seu foco na prevenção.

Tabela 2.1 – Vantagens e desvantagens dos sistemas de proteção contra a formação de gelo empregados em aeronaves modernas (HEINRICH et al., 1991)

Sistema	Vantagens	Desvantagens
Ar quente (sangrando ar do compressor da turbina)	Método convencional; bom desempenho antigelo; fácil manutenção	Redução da eficiência do motor; penalidades inerentes à função de degelo
Ar quente (aquecedor por combustão)	Bom desempenho antigelo; sem uso de sangrias	Alto peso adicional; caro operacionalmente; penalidades inerentes à função de degelo
Pneumático	Baixo custo de instalação; baixo peso; pouco uso de ar sangrado; alta confiabilidade e de uso comum	Efeitos aerodinâmicos ocasionados pela mudança geométrica; presença de resíduos de gelo; penalidades inerentes à função de degelo; baixa vida útil
Proteção com fluido	Bom desempenho antigelo; fácil manutenção; método sem sangrias;	Penalidades inerentes à função de degelo; ingestão de fluido pelo motor; toxicidade dos fluidos empregados
Impulso elétrico	Método sem sangramento; baixo consumo energético; fácil manutenção	Presença de resíduos de gelo; penalidades inerentes à função de degelo; possível fadiga das estruturas
Eletrotérmico	Método sem sangramento	Consumo excessivo de energia para grande cobertura de proteção; penalidades inerentes à função de degelo

2.2. Convecção Externa Compressível

TAUBER (1991) apresenta relações empíricas para a avaliação do fluxo de calor em escoamentos hipersônicos em pontos de estagnação. Relações foram desenvolvidas tanto para o regime laminar quanto o turbulento.

VAN DRIEST (1952) aplicou as relações de Crocco-Busemann para a solução simultânea das equações diferenciais tanto da quantidade de movimento linear quanto da energia em um escoamento laminar ao redor de uma placa plana.

DEJARNETTE (1968) apresenta um método simples para computar o fluxo de calor convectivo laminar sobre configurações hipersônicas básicas em ângulo de ataque e com a superfície altamente fria. Tanto a transferência de calor por radiação quanto os efeitos da ablação são negligenciados na determinação do fluxo de calor convectivo. Nesta abordagem o problema viscoso é simplificado usando uma analogia para camadas limite tridimensionais axissimétricas em conjunto com o método desenvolvido por Lees, 1956, para o cálculo da taxa de aquecimento para corpos axissimétricos.

CEBECI (1970) propôs modificações no modelo algébrico de turbulência clássico de viscosidade turbulenta de forma que seus resultados representem bem aqueles obtidos em escoamento com gradientes de pressão. Isto é obtido apenas com mudanças no expoente responsável pela transição entre a subcamada laminar e a lei da parede ao longo da espessura da camada limite. Quanto mais positivo o gradiente de pressão mais rápida se dá tal transição.

CEBECI (1971) modificou novamente o modelo anteriormente proposto de forma a atender, também, escoamentos com transferência de calor e massa. Além disso, efeitos da compressibilidade também são incluídos e devidamente validados. Apesar das generalizações, a simplicidade, inerente dos modelos algébricos, é mantida.

WHITE & CHRISTOPH (1972) aplicaram uma correção no modelo de turbulência de comprimento de mistura de forma a generalizá-lo para escoamentos com a presença de gradientes de pressão. Ao combiná-la com a relação de Crocco-Busemann é obtida uma lei da parede, em forma fechada, também válida para escoamentos compressíveis.

MAYALL (2003) aplicou as relações de similaridade para a solução de um escoamento laminar hipersônico não reativo ao redor do satélite SARA. Neste trabalho

foram comparadas duas abordagens no contexto do método de solução por Transformada Integral Generalizada (GITT na sigla em inglês): a de similaridade local e a de utilização das relações de similaridade como aceleradoras de convergência em um modelo não similar.

2.3. Problemas Conjugados

PERELMAN (1961) foi o primeiro a utilizar o termo “transferência de calor conjugada” para descrever o problema acoplado de convecção na parte fluida e de condução na parte sólida. Ao realizar estudos sobre o problema conjugado entre uma placa plana de espessura finita e um escoamento laminar incompressível, identificou um parâmetro dependente da razão entre a condutividade térmica do fluido e a do sólido, do número de Prandtl e do número de Reynolds que governava os fenômenos relacionados ao acoplamento entre fluido e sólido.

LUIKOV (1974) trabalhou sobre os resultados do artigo supracitado e nomeou o parâmetro identificado por PERELMAN (1961) de número de Brum.

KARVINEN (1981) resolveu o problema conjugado para o caso envolvendo a convecção natural laminar e a condução de calor em uma aleta vertical em regime permanente.

SUNDEN (1989) realizou um estudo numérico do problema conjugado condução-convecção externa sobre uma placa plana tanto nos casos de um escoamento laminar quanto turbulento. Para tanto, o método das diferenças finitas e um modelo de duas equações para a modelagem das difusividades turbulentas foram utilizados.

COLE (1997) estudou o resfriamento de componentes eletrônicos fazendo uso de soluções do problema de transferência de calor conjugada para uma grande variedade de escoamentos, razões entre a condutividade térmica do fluido e do sólido e espessuras da placa. Foi concluído que o uso de um novo parâmetro adimensional permite determinar quando a condução de calor axial é importante para a acurácia dos resultados obtidos.

LACHI et al. (1997) aplicaram o método integral para obter resultados numéricos e estudaram o problema de convecção forçada permanente sujeita a um fluxo de calor

uniforme acoplado à condução de calor em uma parede, comparando os casos de uma placa plana de espessura desprezível e uma placa de espessura finita.

VINNYCKY et al. (1998) realizou simulações numéricas do problema bidimensional permanente de transferência de calor conjugada em uma placa retangular através da solução das equações de Navier-Stokes completas para o escoamento e as equações da energia para o fluido e para o sólido, usando o método das diferenças finitas.

CHIDA (2000) aplicou um modelo bidimensional para a condução no sólido em regime permanente e estudou o comportamento na interface fluido-sólido ao se ter um escoamento externo sobre uma placa plana tendo como condição de contorno na parte inferior da placa uma temperatura prescrita, fazendo uso, para atingir este objetivo, dos métodos da bisseção e Runge-Kutta.

JILANI et al. (2002) aplicaram o método das diferenças finitas à solução simultânea das equações de condução e de camada limite laminar ao longo de um cilindro vertical com geração interna de energia. Foi concluído que as distribuições radiais de temperatura tanto na camada limite quanto do sólido têm grande influência nos resultados acoplados.

NAVEIRA (2006) compara duas abordagens para o problema conjugado de transferência de calor transiente em uma placa plana sujeita a uma variação temporal arbitrária da condição de fluxo de calor na interface fluido-sólido. Na primeira o método integral é aplicado simplificando a equação da energia para o fluido e esta é resolvida simultaneamente com a equação da energia para o sólido, simplificada usando a aproximação por parâmetros concentrados melhorada (CIEA em inglês). Já na segunda, a Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT em inglês) é aplicada para a solução da mesma equação para o sólido, porém, com a equação diferencial da camada limite térmica, o que oferece maior acurácia aos resultados.

2.4. Técnica da Transformada Integral Generalizada

Apesar de ser uma técnica importante para a solução analítica de problemas difusivos lineares simples, a Separação de Variáveis tem aplicação limitada, visto que o modelo deve obedecer a uma série de condições de forma a ser separável. No entanto, no mesmo contexto de representação da solução através de autofunções características do

modelo, surgiu a Técnica da Transformada Integral Clássica (CITT na sigla em inglês) que foi extensivamente aplicada, por MIKHAILOV & OZISIK (1984), na solução de diversos problemas difusivos para os quais expressões analíticas foram encontradas para 7 classes de problemas lineares. Ainda assim, este método apresenta restrições quanto a problemas não-lineares ou mesmo a termos não transformáveis incluídos no modelo.

Tendo em vista as limitações supracitadas, surgiu a Técnica da Transformada Integral Generalizada (Generalized Integral Transform Technique – GITT), na qual autofunções ortogonais quaisquer são obtidas – não necessariamente características do problema a ser resolvido – e o potencial é escrito na forma estabelecida pelo Teorema de Fourier (COTTA, 1990; COTTA, 1993; COTTA, 1994; COTTA & MIKHAILOV, 1997; COTTA, 1998; COTTA & MIKHAILOV, 2006). Com o advento desta nova técnica se tornou possível a solução híbrida numérica-analítica de problemas não-lineares e/ou não transformáveis em geral.

Capítulo 3 - Formulação do Problema

3.1. Descrição do Problema Conjugado

O tubo de Pitot que equipa a aeronave A-4 Skyhawk da Marinha Brasileira, mostrado na Figura 3.1 e na Figura 3.2, foi usado como base para o modelo desenvolvido. Não há, de forma alguma, perda de generalidade com seu uso visto que, apesar de ser um projeto antigo, os tubos de Pitot modernos não sofreram grandes mudanças em seu projeto quando comparados ao aqui apresentado. É importante ressaltar que esta sonda conta com um sistema de proteção anti-gelo eletrotérmico, localizado na região cilíndrica desta, que consiste de um fio metálico resistor enrolado e embutido em um material cerâmico responsável pelo isolamento elétrico.



Figura 3.1 – Sonda Pitot PH-510 utilizada como base para os desenvolvimentos no presente trabalho

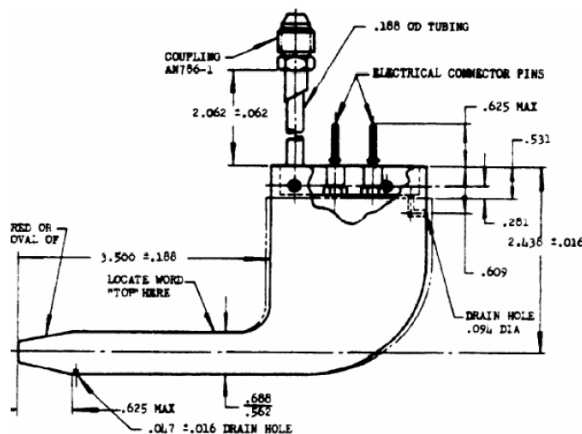


Figura 3.2 - Desenho técnico da sonda Pitot PH-510 fabricada por AeroInstruments Co.

A complexidade geométrica do equipamento em questão é notável, fazendo com que um modelo suficientemente acurado para toda a sua extensão resulte sendo tridimensional, e que poucas considerações físicas possam ser úteis na simplificação do modelo físico-matemático. No entanto, ao realizar a revisão da literatura, foi encontrado um ensaio de acreção de gelo em “probes” realizado nas dependências do Instituto Aerodinâmico Central (TsAGI na sigla em russo), localizado em Moscou, Rússia. A fotografia do padrão de formação de gelo mostrada na Figura 3.3, então, serviu para pautar

as regiões a que se deve dar maior atenção, tendo em mente a utilização do modelo térmico, futuramente, como base para a rotina de simulação da formação de gelo. Nela é possível observar que o gelo se forma prioritariamente no ponto de estagnação e na região traseira responsável pela fixação da sonda, seja em um aparato experimental ou na fuselagem de uma aeronave. Portanto, se torna essencial o conhecimento acurado de todas as informações concernentes tanto ao fluido quanto ao sólido nesta parte, tais como campos de velocidade e de temperatura, distribuição de coeficientes de transferência de calor, etc. Isso é particularmente importante para a região próxima ao ponto de estagnação da “probe”, funcionalmente essencial e uma das partes mais sujeitas à formação de gelo, para a qual grande atenção será dedicada no presente trabalho. Outro aspecto notável são os materiais que compõem o equipamento. Do ponto de estagnação até pouco antes do bordo de ataque do suporte (lembrando que a seção desta última é um aerofólio), onde termina a região aquecida, o material presente é o cobre, enquanto o restante é composto de latão. A exceção é o isolamento elétrico presente que é feito de porcelana, o que se mostrou um fato importante no desenvolvimento do presente estudo.



Figura 3.3 – Ensaio de acreção de gelo em uma sonda realizado nas dependências do Instituto Aerodinâmico Central (TsAGI na sigla em russo), localizado em Moscou, Rússia.

Tendo em vista o desenvolvimento de um modelo térmico para a sonda Pitot em questão, duas regiões são consideradas. A primeira se trata da casca sólida que será modelada através da equação de conservação da energia para um material que obedece a lei de Fourier e com termo de geração de energia. A segunda é a camada limite que se forma no entorno da região axissimétrica que é mostrada na Figura 3.4. Esta, por sua vez, é separada em duas partes – uma laminar e outra turbulenta – que deverão ser tratadas separadamente e considerando que a transição entre estas se dá abruptamente. O

escoamento externo à camada limite também é modelado. No entanto, existem relações prontas para uso direto em casos simples presentes na literatura para o cálculo dos campos de velocidade e, por conseguinte, fazendo a razoável suposição de isentropia, os campos de temperatura, massa específica, viscosidade dinâmica – utilizando a relação de Sutherland largamente aceita na literatura (WHITE, 1992; KAYS & CRAWFORD, 1980; CEBECI & COUSTEIX, 2005; SCHLICHTING, 1979). As relações escolhidas para serem usadas no presente trabalho foram aquelas apresentadas por (SCHLICHTING & TRUCKENBRODT, 1979) que se baseia na distribuição de fontes e sumidouros para estabelecer o campo de velocidades na borda da camada limite, abordagem comum na solução de escoamentos potenciais. No entanto, essas equações se aplicam estritamente a escoamentos incompressíveis. Porém, ao longo dos anos, diversos fatores de correção foram desenvolvidos de forma a aproveitar a simplicidade obtida com tais resultados, sendo o mais difundido, embora não o mais acurado, o de Prandtl-Glauert, principalmente por ser explícito e de fácil uso sendo, portanto, o escolhido para a presente aplicação.

A interação entre essas diferentes regiões é feita através da hipótese de continuidade tanto da temperatura quanto de seu gradiente na fronteira, ou seja, é considerado que o contato térmico é perfeito. Já a influência do escoamento laminar no turbulento é feita através da condição inicial do último, na qual é considerado que a espessura da camada limite é a mesma no ponto de transição.

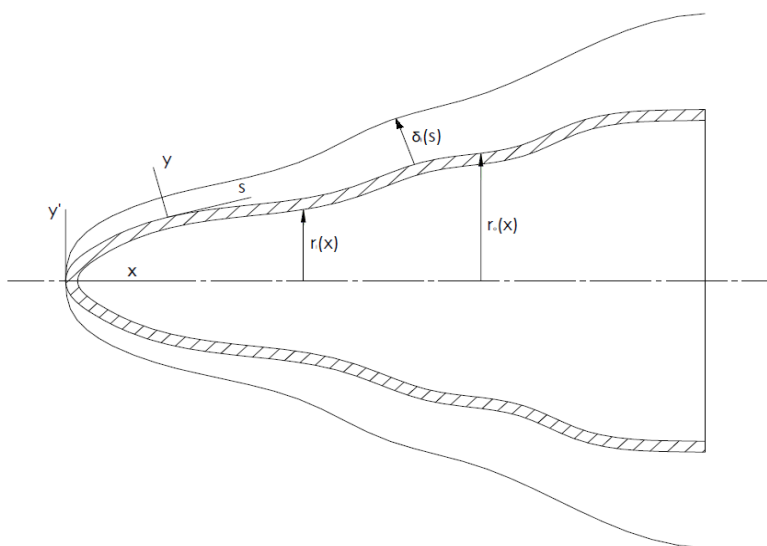


Figura 3.4 – Ilustração da região axissimétrica de um tubo de Pitot com geometria arbitrária e sua interação com a camada limite externa.

3.2. Modelo Matemático

3.2.1. Problema de Condução: Técnica das Equações Integrais Acopladas (CIEA)

A já mencionada complexidade geométrica dificulta a formulação de um modelo simplificado para toda a extensão do tubo de Pitot. Podemos, entretanto, tratar separadamente a região axissimétrica e o suporte com seção de aerofólio. Para a primeira, as equações (1.a-f) mostram o modelo diferencial parcial da equação de conservação da energia em coordenadas cilíndricas. É importante ressaltar que as propriedades da seção variam tanto radialmente quanto longitudinalmente. Foi proposto que as propriedades de cada seção transversal se igualem a uma propriedade equivalente obtida a partir da média ponderada destas tendo como peso a área ocupada por cada material na seção, mantendo a variação dos parâmetros na direção longitudinal. Além disso, a lei de resfriamento de Newton para as condições de contorno na direção radial foi escrita para problemas conjugados com escoamentos compressíveis, para os quais a temperatura na qual a parede se torna adiabática não mais se iguala a temperatura externa à camada limite como no modelo mais conhecido. Portanto, a definição desta temperatura de parede adiabática se torna importante para proposição de um modelo preciso para toda a faixa de aplicação desejada.

$$w(x) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) + \frac{k(x)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + g(x, r, t), 0 \leq x \leq L, r_i(x) \leq r \leq r_o(x) \quad (1.a)$$

$$T_s(x, r, 0) = T_0(x, r) \quad (1.b)$$

$$h_e T_s(0, r, t) - k(0) \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_e T_{aw}; \quad h_L T_s(L, r, t) + k(L) \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_L T_{aw} \quad (1.c,d)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_i(x)} = 0; \quad h(x) T_s(x, r_o(x), t) + k(x) \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_o(x)} = h(x) T_{aw} \quad (1.e,f)$$

Com base na predominância de materiais metálicos e na pequena espessura das paredes ao longo da sonda Pitot, que leva a números de Biot de menor magnitude na direção radial, considerou-se que a utilização da Técnica de Equações Integrais Acopladas (CIEA da sigla em ingles) seria interessante para a simplificação do modelo. Este tipo de técnica de reformulação de problemas diferenciais se baseia na proposição de aproximações

tanto para o potencial quanto para seu gradiente, em função de um potencial médio obtido a partir da integração em uma ou mais variáveis espaciais. Esta técnica se baseia no uso de aproximações de integrais baseadas apenas nos valores do integrando e suas derivadas nos extremos da integração, conhecidas como fórmulas de Hermite, e escritas na seguinte forma geral (COTTA & MIKHAILOV, 1997):

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} y(x) dx \cong H_{\alpha,\beta} = \sum_{v=0}^{\alpha} C_v(\alpha, \beta) h_i^{v+1} y_{i-1}^{(v)} + \sum_{v=0}^{\beta} (-1)^v C_v(\alpha, \beta) h_i^{v+1} y_i^{(v)} \quad (2.a)$$

onde,

$$h_i = x_i - x_{i-1} \quad (2.b)$$

$$C_v(\alpha, \beta) = \frac{(\alpha+1)!(\alpha+\beta+1-v)!}{(v+1)!(\alpha-v)!(\alpha+\beta+2)!} \quad (2.c)$$

Ao aplicar o mesmo operador de médias no modelo diferencial parcial em análise, é possível utilizar as aproximações de Hermite, apresentadas em sua forma geral nas equações (2.a-c) acima, para reformular o modelo bidimensional transiente das equações (1.a-f) em um modelo unidimensional transiente (COTTA & MIKHAILOV, 1997).

Na aplicação da CIEA duas aproximações de Hermite foram aqui utilizadas. A primeira, mostrada na equação (3.a) corresponde à regra do trapézio clássica, enquanto a segunda, mostrada na equação (3.b), corresponde à regra do trapézio corrigida. Estas foram utilizadas em duas situações diferentes: usando a combinação $H_{0,0}$ tanto para a temperatura média quanto para o fluxo médio, e usando $H_{1,1}$ para a aproximação da temperatura média e $H_{0,0}$ para o fluxo médio (COTTA & MIKHAILOV, 1997).

$$H_{0,0} = \frac{h_i}{2} (y_{i-1} + y_i) \quad (3.a)$$

$$H_{1,1} = \frac{h_i}{2} (y_{i-1} + y_i) + \frac{h_i^2}{12} (y'_{i-1} - y'_i) \quad (3.b)$$

Aplicando o operador de média na direção radial na equação (1.a), a partir da definição da temperatura média T_{av} tal como mostrado na equação (4), e desprezando-se a

derivada da área da seção transversal em relação à direção longitudinal, o modelo diferencial parcial das equações (1.a-f) é reescrito na forma das equações (5.a-d) abaixo.

$$T_{av}(x, t) = \frac{2}{r_o^2 - r_i^2} \int_{r_i(x)}^{r_o(x)} T_s(x, r, t) r dr \quad (4)$$

$$w(x) \frac{\partial T_{av}}{\partial t} = \frac{1}{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) A(x) \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \right) + \frac{2k(x)r_o}{r_o^2 - r_i^2} \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_o(x)} + g_{av}(x, t), 0 \leq x \leq L \quad (5.a)$$

$$T_{av}(x, 0) = T_{av_0}(x) \quad (5.b)$$

$$h_e T_{av}(0, t) - k(0) \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_e T_{aw}; \quad h_L T_{av}(L, t) + k(L) \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \Big|_{x=L} = h_L T_{aw} \quad (5.c,d)$$

Nas equações (6.a,b) apresentamos a fórmula $H_{0,0}$ aplicada tanto à aproximação da temperatura média quanto à aproximação do fluxo médio, enquanto a equação (6.c) apresenta a aproximação $H_{1,1}$ aplicada à temperatura média.

$$T_{av}(x, t) = \frac{T_s(x, r_o, t) r_o + T_s(x, r_i, t) r_i}{r_o + r_i} \quad (6.a)$$

$$\int_{r_i(x)}^{r_o(x)} \frac{\partial T_s}{\partial r} dr = T_s(x, r_o, t) - T_s(x, r_i, t) = \frac{r_o - r_i}{2} \frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_o(x)} \quad (6.b)$$

$$T_{av}(x, t) = \frac{T_s(x, r_o, t) r_o + T_s(x, r_i, t) \left(\frac{r_o + 5r_i}{6} \right)}{r_o + r_i} - \frac{r_o - r_i}{6(r_o + r_i)} \frac{\partial (r T_s)}{\partial r} \Big|_{r=r_o} \quad (6.c)$$

A aproximação de parâmetros concentrados clássica, amplamente apresentada em livros texto de Transferência de Calor (OZISIK, 1985), corresponde a considerar que a temperatura é praticamente uniforme na seção transversal, ou seja:

$$T_s(x, r_o, t) \cong T_s(x, r_i, t) \cong T_{av}(x, t) \quad (7.a,b)$$

e portanto,

$$\frac{\partial T_s}{\partial r} \Big|_{r=r_o(x)} = \frac{h(x)}{k(x)} (T_{aw} - T_{av}(x, t)) \quad (7.c)$$

Substituindo-se a equação (7.c) na equação (5.a), obtem-se a aproximação de parâmetros concentrados clássico para o presente problema. Apesar deste modelo bem simples ter acurácia suficiente para muitas condições de análise, percebeu-se sua perda de precisão em certas situações ao analisar-se os dados aqisitados durante um teste em voo do tubo de Pitot realizado no avião Skyhawk A4 a 10000 ft de altitude (SOUZA et al., 2012). Neste teste, os coeficientes de transferência de calor são consideravelmente mais altos do que aqueles obtidos nas outras situações de validação do modelo o que, combinado com a baixa condutividade térmica do isolamento elétrico (porcelana), leva a um número de Biot efetivo maior que 0.1, fazendo a aproximação proposta nas equações (7.a-c) inadequada. Esta constatação será discutida mais em detalhe no capítulo 5. Para resolver essa questão, uma aproximação de ordem superior que inclua os efeitos da curvatura da seção transversal e também enriqueça as informações das condições de contorno na direção radial é desenvolvida com base na abordagem das equações integrais acopladas (CIEA) (COTTA & MIKHAILOV, 1997). Optou-se então pelo uso da regra do trapézio corrigida da equação (3.b) para a aproximação da temperatura média, eq.(6.c) e da regra de trapézio classica como na equação (3.a), para aproximação do fluxo de calor médio, resultando na equação (6.b). Manipulando-se estas duas expressões, empregando as condições de contorno na direção radial, chega-se então às relações abaixo para as temperaturas nas superfícies radial interna e externa, bem como para o fluxo de calor na superfície externa:

$$T_s(x, r_i, t) = \frac{12k(x)(r_o+r_i)T_{av}(x,t)+h(x)(r_o-r_i)[6(r_o+r_i)T_{av}(x,t)-(3r_o+r_i)T_{aw}]}{12k(x)(r_o+r_i)+h(x)(3r_o+5r_i)(r_o-r_i)} \quad (8.a)$$

$$T_s(x, r_o, t) = T_{aw} + \frac{12k(x)(r_o+r_i)(T_{av}(x,t)-T_{aw})}{12k(x)(r_o+r_i)+h(x)(3r_o+5r_i)(r_o-r_i)} \quad (8.b)$$

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r=r_o(x)} = - \frac{12h(x)(r_o+r_i)(T_{av}(x,t)-T_{aw})}{12k(x)(r_o+r_i)+h(x)(3r_o+5r_i)(r_o-r_i)} \quad (8.c)$$

Portanto, a substituição da eq.(8.c) na eq.(5.a), leva ao modo de parâmetros concentrados melhorado para o presente problema de condução de calor ao longo da sonda Pitot. Uma vez resolvida a equação diferencial parcial resultante para a temperatura média na seção transversal, as equações (8.a,b) podem ser empregadas para obter-se aproximações para as temperaturas superficiais. Por apresentar resultados bem mais aderidos aos experimentais (SOUZA et al., 2012), como será apresentado a seguir, este modelo foi

considerado mais adequado dentro do envelope de voo de uma aeronave comercial moderna dentre os demais analisados. Para incluir no modelo de condução de calor no sólido a região do suporte que conta com seções transversais em forma de aerofólio e uma curvatura que gera a geometria em forma de “L” da sonda Pitot em questão, o efeito da curvatura e sua consequente mudança na direção do fluxo de calor principal são considerados, por hipótese, desprezíveis. Essa região conta apenas com materiais metálicos e os coeficientes de transferência de calor são, em geral, menores do que aqueles encontrados ao longo do resto do corpo do Pitot, o que torna a aproximação de parâmetros concentrados classica adequada para sua modelagem. Em síntese, o modelo térmico do Pitot foi então simplificado de um problema intrinsecamente tridimensional transiente para um problema unidimensional transiente a seguir consolidado, com suas condições iniciais e de contorno:

$$w(x) \frac{\partial T_{av}}{\partial t} = \frac{1}{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) A(x) \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \right) - \Omega(x) (T_{av}(x, t) - T_{aw}) + g_{av}(x, t) \quad (9.a)$$

$$\text{onde, } \Omega(x) = \begin{cases} \frac{24h(x)k(x)r_o}{12k(x)(r_o^2 - r_i^2) + h(x)(r_o - r_i)^2(3r_o + 5r_i)}, & 0 \leq x \leq a \\ \frac{h(x)P(x)}{A(x)}, & a \leq x \leq L \end{cases} \quad (9.b)$$

$$T_{av}(x, 0) = T_{av_0}(x) \quad (9.c)$$

$$h_e T_{av}(0, t) - k(0) \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \right|_{x=0} = h_e T_{aw}; \quad h_L T_{av}(L, t) + k(L) \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial x} \right|_{x=L} = h_L T_{aw} \quad (9.d,e)$$

As relações utilizadas para adimensionalização do problema acima são mostradas nas equações (10.a-f), enquanto o resultado de sua aplicação é consolidado nas equações (11):

$$X = \frac{x}{L}; \tau = \frac{k_0 t}{w_0 L^2}; k^* = \frac{k}{k_0}; w^* = \frac{w}{w_0}; \theta_{av} = \frac{T_{av} - T_{aw}}{T_{ref} - T_{aw}} \quad (10.a-f)$$

$$w^*(X) \frac{\partial \theta_{av}}{\partial \tau} = \frac{1}{A(X)} \frac{\partial}{\partial X} \left(k^*(X) A(X) \frac{\partial \theta_{av}}{\partial X} \right) - \frac{\Omega(X) L^2}{k_0} \theta_{av}(X, \tau) + \frac{g_{av}(X, \tau) L^2}{k_0 (T_{ref} - T_{aw})} \quad (11.a)$$

$$\theta_{av}(X, 0) = \frac{T_{av_0}(X) - T_{aw}}{T_{ref} - T_{aw}} \quad (11.b)$$

$$Bi_e \theta_{av}(0, \tau) - k^*(0) \left. \frac{\partial \theta_{av}}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; Bi_L \theta_{av}(1, \tau) + k^*(1) \left. \frac{\partial \theta_{av}}{\partial x} \right|_{x=1} = 0 \quad (11.c,d)$$

A distribuição longitudinal do coeficiente de transferência de calor será obtida de forma acoplada com a solução das equações de movimento e de energia referentes ao escoamento. Constam nas condições de contorno das equações (9.d,e) os coeficientes de transferência de calor para o ponto de estagnação e para a parte em contato seja com um suporte ou com a fuselagem de uma aeronave. O segundo é modelado como sendo nulo. Apesar de existirem perdas de calor nesta região, estas são pouco importantes quando o foco é o estudo da evolução da temperatura próxima ao ponto de estagnação o que foi corroborado com estudo preliminar em túnel de vento conforme será ilustrado mais adiante na seção 5.2. Quanto ao coeficiente de transferência de calor no ponto de estagnação, este é de grande significância não só por seus valores serem tipicamente altos, mas também pelo já mencionado interesse nessa região. Embora existam estudos que fazem uso de relações de similaridade para escoamentos próximos a pontos de estagnação, o uso de correlações se torna vantajoso e suficientemente preciso, visto que a temperatura nessa superfície sólida de dimensão reduzida tem pouca variação com a direção normal ao escoamento e, portanto, a suposição de temperatura prescrita uniforme se torna uma boa aproximação fazendo com que a solução completa do escoamento leve praticamente à reprodução da correlação obtida na literatura. A correlação obtida por (RESHOTKO & COHEN, 1955) é escolhida para tal fim e é apresentada na equação (12).

$$Nu_{e,r} = 1.52 Re_r^{1/2} Pr^{0.4} \quad (12)$$

Outro coeficiente de transferência de calor a ser modelado a priori é aquele correspondente ao suporte com seção de aerofólio. Não foi encontrado na literatura qual o aerofólio utilizado na confecção do tubo de Pitot para a validação do modelo aqui sendo desenvolvido nem tampouco correlações empíricas para seu coeficiente de transferência de calor. Para contornar esse problema é proposta a aproximação do aerofólio por uma elipse cujos semi-eixos coincidem com a metade da espessura máxima e com a metade da corda do aerofólio, uma vez que pontos interligados que formam a geometria do aerofólio são

conhecidos. A partir disso, é possível aplicar a correlação para o número de Nusselt médio mostrada na equação (13) (TONG & HU, 2009).

$$Nu_{el,b_{el}} = 0.434 Re_{b_{el}}^{0.596} Pr^{0.38} \quad (13)$$

Conforme já mencionado anteriormente, os materiais e as dimensões radiais variam de forma conhecida com a direção longitudinal e essa variação das propriedades térmicas efetivas é muito importante para a resposta do modelo aqui proposto. Os gráficos da Figura 3.5 e da Figura 3.6 mostram a capacidade térmica e a condutividade térmica efetivas adimensionalizadas, respectivamente. Um fato interessante a ser ressaltado é o salto na capacidade térmica que ocorre ao fim da geometria de tronco de cone a 16 mm do ponto de estagnação e que volta a valores mais baixos ao assumir a geometria do suporte. Isto se deve à consideração da apreciável capacidade térmica da porcelana ali presente, que será motivo de estudo mais a frente no presente texto. É possível observar também que o efeito deste material cerâmico é pouco significativo quando a condutividade térmica é considerada, o que já era esperado devido às propriedades de isolamento térmico deste tipo de material.

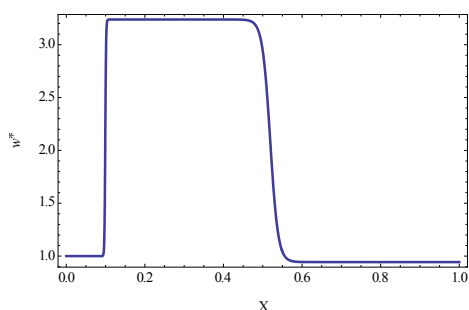


Figura 3.5 – Variação espacial da capacidade térmica adimensionalizada.

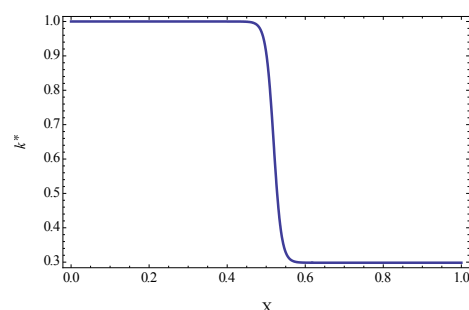


Figura 3.6 - Variação espacial da condutividade térmica adimensionalizada.

Observando as equações (9.a-e) é possível afirmar que a geometria do tubo de Pitot influencia fortemente em como a energia térmica se difunde pelo sólido. Portanto, a medida correta dos valores correspondentes ao Pitot que será utilizado para a validação do modelo aqui desenvolvido, é crucial. Isso foi feito cortando-se longitudinalmente uma das sondas disponíveis e medindo-se cuidadosamente, com o uso de um paquímetro, as dimensões

pertinentes. Os resultados são apresentados na Figura 3.7 e na Figura 3.8, que representam o perímetro e a área da seção transversal, respectivamente.

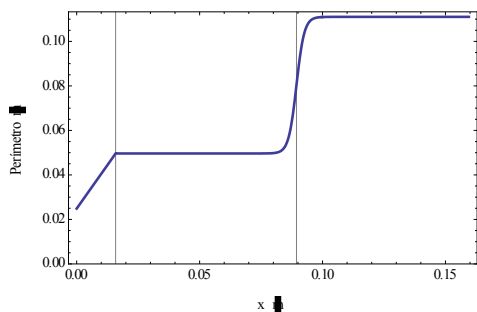


Figura 3.7 – Perímetro da seção transversal do Pitot.

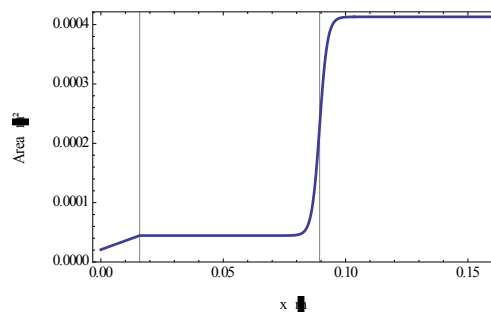


Figura 3.8 – Área da seção transversal do Pitot.

O último passo da modelagem do problema de condução de calor é definir o termo de geração de energia, que é devido ao efeito Joule advindo de um resistor utilizado para oferecer proteção térmica a superfície do Pitot com o intuito de protegê-lo da formação de gelo. No entanto, esse termo de geração não atua em todo o corpo do Pitot, sendo restrito a uma região entre o fim do tronco cônico e o início do suporte da sonda. Conforme já mencionado, este resistor se encontra encapsulado em um material cerâmico que é responsável por seu isolamento elétrico. A transferência de calor entre os dois, por si só já é um problema desafiador, principalmente devido à forma espiralada e irregular como o fio é enrolado na porcelana. No entanto, aqui é proposta a simplificação de uniformidade espacial do termo de geração por efeito Joule na região em que o resistor se faz presente no tubo de Pitot, tendo em vista o passo relativamente fino da resistência. Para o tubo de Pitot aeronáutico usado durante o desenvolvimento do modelo, a potência total dissipada em vôo no resistor é de 86.5 W. Este valor é então dividido pelo volume da região em que essa potência se manifesta e o resultado é mostrado na Figura 3.9.

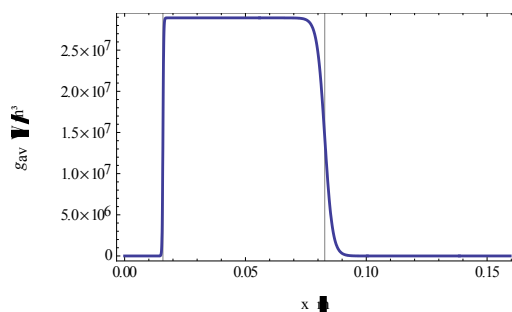


Figura 3.9 – Distribuição do termo de geração volumétrica de calor ao longo da direção longitudinal.

3.2.2. Problema de Convecção Externa

A convecção externa é governada pelas equações de conservação da massa e de Navier-Stokes tridimensionais transientes em conjunto com a primeira lei da termodinâmica para escoamento compressível, que são mostradas a seguir, em forma geral:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (14.a)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{S} + \rho \mathbf{b} \quad (14.b)$$

$$\rho \frac{De_0}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot (\mathbf{S}\mathbf{V}) + \rho \mathbf{b} \cdot \mathbf{V} \quad (14.c)$$

Conforme já mencionado, a solução do escoamento será feita apenas na região axissimétrica do tubo, permitindo o uso de um sistema de coordenadas específico para este caso de forma a facilitar a solução, mesmo em geometrias irregulares. No presente trabalho considera-se o escoamento compressível visto que se pretende reproduzir todo o envelope típico de voo de uma aeronave comercial moderna. Quanto ao regime transiente, este foi mostrado ser de pouca significância no contexto do presente estudo (LISBOA et al., 2012). Neste artigo foi constatado que o tempo até atingir regime permanente no fluido é pelo menos 1000 vezes menor que a escala temporal dos transientes no sólido, e esse tempo no fluido diminui à medida que a velocidade aumenta, tornando o transiente no fluido desprezível. Portanto, aqui é adotada a solução do escoamento em regime permanente. As forças de corpo são consideradas desprezíveis em face aos outros termos das equações (14.a-c), visto que a energia cinética do escoamento supera em muito a energia proveniente do campo gravitacional, única força de corpo destacável para a situação em questão, fazendo com que a convecção forçada prevaleça sobre a natural.

As equações (14.a-c) guardam grande generalidade podendo modelar desde escoamentos incompressíveis ou compressíveis, laminares ou turbulentos, com propriedades termofísicas constantes ou variáveis. Para os propósitos do trabalho aqui desenvolvido é feita a hipótese de que o escoamento em questão obedece aos princípios da camada limite (SCHLICHTING, 1979; KAYS & CRAWFORD, 1980; WHITE, 1992).

Assim, as equações de camada limite resultantes para corpos axissimétricos em regime permanente e formulação bidimensional, são dadas por (CEBECI & COUSTEIX, 2005):

$$\frac{\partial(r\bar{\rho}\bar{u})}{\partial s} + \frac{\partial(r\bar{\rho}\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (15.a)$$

$$\bar{\rho}\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{\rho}\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho_e u_e \frac{du_e}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{sy})}{\partial y} \quad (15.b)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \approx 0 \quad (15.c)$$

$$\bar{\rho}\bar{u} \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} + \bar{\rho}\bar{v} \frac{\partial \bar{H}}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} [r(\bar{u}\tau_{sy} - \dot{q})] \quad (15.d)$$

É importante ressaltar que o procedimento de médias de Reynolds foi aplicado às equações gerais, com o intuito de modelar também a turbulência sem a necessidade de resolvê-las com o termo transiente presente, utilizando-se de modelos de fechamento largamente desenvolvidos para este tipo de abordagem. É bom lembrar que esse conjunto de equações também é válido para o escoamento laminar, visto que, para esse caso, as médias temporais se igualam aos próprios potenciais locais.

O fechamento das equações (15.a-d) requer a especificação da tensão de cisalhamento e do fluxo de calor, que são modelados separadamente. Estes modelos são diferentes para o caso laminar e para o caso turbulento. Para o primeiro caso são utilizadas tão somente as relações constitutivas incluindo a pressão e a relação entre taxa de deformação e tensão cisalhante, além da Lei de Fourier para a avaliação do fluxo de calor. Já para o segundo as relações são bem mais complicadas de se estabelecer de forma geral, envolvendo aspectos empíricos e sendo adequadas apenas a alguns casos específicos (modelos *Ad Hoc*). Diversos esforços foram despendidos visando à modelagem da turbulência contida nos termos das tensões de Reynolds que surgem após a aplicação da média temporal nas equações de movimento, dentre os quais se destaca a analogia de Boussinesq, mostrada nas equações (16.a,b) (SCHLICHTING, 1979; WHITE, 1992; KAYS & CRAWFORD, 1980; CEBECI & COUSTEIX, 2005), que consiste na hipótese de que estes termos também são proporcionais a taxa de deformação, só que a variável de proporcionalidade não é mais a viscosidade molecular, e sim uma viscosidade turbulenta. A mesma analogia pode ser feita para os fluxos de calor turbulentos.

$$-\overline{\rho u'v'} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \overline{\rho c_p v'T'} = -k_t \frac{\partial T}{\partial y} \quad (16.a,b)$$

Modelar apenas uma das relações apresentadas nas equações (16.a,b) já é tarefa complexa, portanto é conveniente relacionar a modelagem entre as duas fazendo uso do número de Prandtl turbulento definido na equação (17). Foi experimentalmente determinado que para problemas envolvendo uma camada limite típica com gradientes de pressão moderados, como é o caso em questão, seu valor é aproximadamente constante e igual a 0.89 (CEBECI & COUSTEIX, 2005).

$$Pr_t = \frac{\mu_t c_p}{k_t} = \frac{\overline{u'v'}/\frac{\partial u}{\partial y}}{\overline{v'T'}/\frac{\partial T}{\partial y}} \cong 0.89 \quad (17)$$

Aplicando estas simplificações às equações (15.a-d) é possível obter o modelo apresentado nas equações (18.a-d), a ser resolvido para prever os campos de velocidade e temperatura no fluido.

$$\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \rho_e u_e \frac{du_e}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) r \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (18.a)$$

$$\bar{u}(0) = 0, \quad \bar{u}(\infty) = u_e, \quad \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=\infty} = 0 \quad (18.b-d)$$

$$\bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{H}}{\partial s} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{H}}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) r \frac{\partial \bar{H}}{\partial y} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu r \left(1 - \frac{1}{Pr} \right) + \mu_t r \left(1 - \frac{1}{Pr_t} \right) \right] \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{u}^2}{2} \right) \quad (18.e)$$

$$\bar{H}(0) = c_p T_w, \quad \bar{H}(\infty) = H_e, \quad \left. \frac{\partial \bar{H}}{\partial y} \right|_{y=\infty} = 0 \quad (18.f-h)$$

O uso do número de Prandtl turbulento permite que a analogia entre as equações de conservação da quantidade de movimento e de energia continue válida. Isso é particularmente verdade para o caso em que os gradientes de pressão são próximos de zero e fazendo a suposição de que tanto o número de Prandtl molecular quanto o turbulento são iguais a 1, valor aproximado para gases. Essas considerações em conjunto com a similaridade matemática entre as equações (18.a) e (18.e) e entre suas condições de contorno, permitem que se faça a hipótese de que a entalpia de estagnação dependa somente das componentes longitudinais da velocidade local (WHITE, 1992). Como

consequência desse fato, a entalpia de estagnação pode ser obtida explicitamente a partir do campo de velocidades aplicando a regra da cadeia na equação de conservação da energia e fazendo uso da conservação da quantidade de movimento com as hipóteses simplificadoras já mencionadas e obtendo-se a equação (19).

$$(\mu + \mu_t) \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial \bar{u}^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{u}} \left\{ \bar{\rho} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \bar{\rho} \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) r \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] \right\} \quad (19)$$

Observando a relação a que se chegou e sabendo que o termo da direita da equação (19) é nulo, é possível afirmar que a entalpia total varia linearmente com o campo de velocidades. Fazendo a suposição de gás caloricamente perfeito e aplicando as condições de contorno das equações (18.b-d) e (18.f-h) é possível obter a equação (20) que é conhecida como relação de Crocco-Busemann (WHITE, 1992).

$$\bar{T} = T_w + (T_{aw} - T_w) \frac{\bar{u}}{u_e} - \frac{\bar{u}^2}{2c_p} \quad (20)$$

Porém, pode-se questionar sobre a validade dessa relação para o caso em questão. Para eliminar essa dúvida, a Figura 3.10 mostra a comparação de campos de temperatura previstos contra dados experimentais para duas situações distintas: placa plana e gradiente de pressão adverso, sendo este último verificado tanto para o caso de parede fria quanto adiabática. Uma boa concordância pode ser observada, ficando esta confinada a 10% de desvio máximo (WHITE, 1992). Também é importante ressaltar que, graças à definição de Boussinesq, a equação (20) mantém sua validade mesmo em escoamentos laminares.

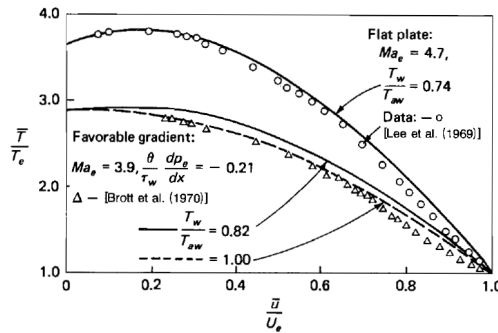


Figura 3.10 – Comparação entre os campos de temperatura calculados pela relação de Crocco-Busemann e dados experimentais (Adaptado de WHITE, 1992)

Outra consequência importante da equação (20) é que, por ser uma analogia entre a conservação da quantidade de movimento e da energia, é possível obter diretamente o número de Nusselt a partir do coeficiente de fricção, de forma semelhante à analogia de Reynolds (SCHLICHTING, 1979; KAYS & CRAWFORD, 1980; WHITE, 1992). A equação (21) mostra a relação resultante da diferenciação da equação (20) com relação à direção perpendicular à superfície sólida e após algumas manipulações algébricas.

$$Nu = Re_e \frac{c_f}{2} \quad (21)$$

Para completar a modelagem do escoamento, é necessário avaliar como se dará o cálculo das condições externas à camada limite que influenciam diretamente no problema conjugado, visto que estão presentes nas condições de contorno das equações (18.b-d) e (18.f-h). Determinar tais termos é consideravelmente mais fácil do que resolver as equações de camada limite em razão das hipóteses feitas para o desenvolvimento destas. Uma das principais considerações é a de que os efeitos viscosos e de difusão de calor são confinados a uma fina camada adjacente ao sólido o que permite, portanto, afirmar que o escoamento externo a esta camada é não viscoso. Embora estritamente válida somente para escoamentos incompressíveis, a teoria potencial será aplicada devido à sua simplicidade e à possibilidade de se obter relações fechadas para o campo de velocidades e de temperatura na borda da camada limite. Para corrigir a imprecisão proveniente da hipótese de escoamento incompressível, as correções de Prandtl-Glauert são apresentadas na equação para dimensões lineares, equação (22), que no caso coincide com o raio em relação ao eixo de simetria da parte axissimétrica do Pitot (SCHLICHTING & TRUCKENBRODT, 1979).

$$R_o(x) = \frac{r_o(x)}{\sqrt{1-M_\infty^2}} \quad (22)$$

De posse desta correção, as equações (23.a-d) obtidas a partir de distribuições de fontes e sumidouros em corpos axissimétricos são utilizadas para o cálculo das velocidades na borda da camada limite, permitindo, assim, a solução completa do escoamento ao redor do tubo de Pitot (SCHLICHTING & TRUCKENBRODT, 1979).

$$u_x(x) = u_\infty + \frac{1}{4\pi} \int_0^{a_0} \frac{Q(x')(x-x')}{[(x-x')^2 + R_o(x)^2]^{3/2}} dx' \quad (23.a)$$

$$u_{y'}(x) = \frac{R_o(x)}{4\pi} \int_0^{a_0} \frac{Q(x')}{[(x-x')^2 + R_o(x)^2]^{3/2}} dx' \quad (23.b)$$

$$u_e = \sqrt{u_x^2 + u_{y'}^2} \quad (23.c)$$

onde,

$$Q(x) = u_\infty \frac{dA}{dx} \quad (23.d)$$

Capítulo 4 - Método de Solução

4.1. Problema de Condução de Calor

Para a solução do problema de condução de calor no tubo de Pitot o método híbrido numérico-analítico Técnica da Transformada Integral Generalizada (GITT) (COTTA, 1993; COTTA & MIKHAILOV, 1997) foi selecionado. As principais razões para essa escolha foram em primeiro lugar o fato de que o desenvolvimento analítico precisa ser feito somente uma única vez, sendo adequado a cálculos iterativos, tal qual o que foi aplicado no presente trabalho, conforme será visto mais adiante, e em segundo lugar, pela sua maior robustez numérica em comparação com métodos puramente numéricos para equações diferenciais parciais como, por exemplo, o método de diferenças finitas.

As equações (24.a-c) mostram um exemplo de problema geral que pode ser atacado através da GITT, para um conjunto de M potenciais acoplados definidos na região V com superfície S . É possível ver que esta não está restrita a problemas transformáveis tal qual é a Técnica da Transformada Integral Clássica (COTTA, 1993; COTTA, 1998; COTTA & MIKHAILOV, 1997; OZISIK, 1993), mas nesses casos o processo generalizado resulta em um problema transformado não mais desacoplado tal qual acontece com os problemas tratáveis pela abordagem clássica.

$$w(\mathbf{x}) \frac{\partial P_m}{\partial t} = \nabla \cdot (K(\mathbf{x}) \nabla P_m) - d(\mathbf{x}) P_m + G(\mathbf{x}, t, P_n), \mathbf{x} \in V, t > 0, m, n = 1, 2, 3, \dots, M \quad (24.a)$$

$$P_m(\mathbf{x}, 0) = f_m(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in V, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (24.b)$$

$$\alpha P_m(\mathbf{x}, t) + \beta K(\mathbf{x}) \frac{\partial P_m}{\partial n} = \phi(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in S, \quad t > 0, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M \quad (24.c)$$

O princípio básico da GITT é o Teorema de Fourier que diz que toda função seccionalmente contínua pode ser representada através de uma série infinita mostrada na equação (25), na qual as funções Ψ_i formam uma base no espaço de Hilbert n -dimensional (COTTA, 1993; COTTA, 1998). Uma vez que o potencial a ser representado se enquadre nessa classe, mesmo que o modelo diferencial parcial representado nas equações (24.a-c) não seja transformável, é possível expressá-lo através de séries de funções ortogonais.

$$F(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \bar{F}_i(t) \Psi_i(\mathbf{x}) \quad (25)$$

Portanto, pode-se propor um problema de autovalor auxiliar que, apesar de ser desejável que este possua informações físicas do problema que se quer resolver, é de livre escolha desde que suas soluções sejam funções ortogonais. O problema de autovalor auxiliar mais largamente utilizado na solução via GITT é o de Sturm-Liouville, apresentado nas equações (26.a,b) (COTTA, 1993; COTTA, 1998; COTTA & MIKHAILOV, 1997). É possível demonstrar matematicamente que a solução do referido problema é sempre ortogonal sendo, portanto, adequado para os propósitos da solução híbrida numérica-analítica aqui utilizada. Um fato de importância é o de que as autofunções obtidas através do problema de Sturm-Liouville não necessariamente cumprem a mesma condição de contorno que o potencial que se deseja obter, portanto a expansão em série da equação (25), muito embora seja possível incluir a influência das condições de contorno diretamente na solução formal como será visto mais adiante.

$$\nabla \cdot (K(\mathbf{x}) \nabla \Psi_i) + (\lambda_i^2 w(\mathbf{x}) - d(\mathbf{x})) \Psi_i = 0, \quad \mathbf{x} \in V, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (26.a)$$

onde,

$$\alpha \Psi_i(\mathbf{x}) + \beta K(\mathbf{x}) \frac{\partial \Psi_i}{\partial n} = 0, \quad \mathbf{x} \in S, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (26.b)$$

Apesar da expansão em autofunções da equação (25) ter convergência demonstrada, sob o ponto de vista computacional é interessante ter ordens de truncamento razoáveis. Na prática uma ordem de truncamento é estabelecida, sendo esta o principal determinante da precisão da solução obtida. É claro que à medida que a ordem de truncamento aumenta, consigo aumenta o tempo computacional necessário para a realização dos cálculos. São duas as principais estratégias para aceleração de convergência e, por conseguinte, do custo computacional: a proposição de um filtro que com quantidade suficiente de informação sobre a solução do problema (solução em regime permanente, por exemplo) e o uso de um problema de autovalor auxiliar carregado de informações sobre a formulação original do problema. No presente trabalho a segunda estratégia é aplicada. No entanto, nem toda a

informação disponível é utilizada. Não é incluído o termo dissipativo no problema de autovalor, embora a sua inclusão permitisse a solução analítica do problema de condução de calor via Técnica da Transformada Integral Clássica, devido a este ser um problema puramente condutivo linear em domínio fixo e regular. No entanto, por estar-se solucionando um problema conjugado, o termo dissipativo, que é função da distribuição espacial do coeficiente de transferência de calor, ficaria dependente de cada iteração aumentando muito o esforço computacional, ao exigir repetidas soluções do problema de autovalor. Portanto, o problema de autovalor escolhido é apresentado nas equações (27.a,b) sem o termo $d(x)$ correspondente aos efeitos dissipativos da convecção externa.

$$\frac{d}{dx} \left(k^*(X) A(X) \frac{d\Psi_i}{dx} \right) + w^*(X) A(X) \lambda_i^2 \Psi_i(X) = 0 \quad (27.a)$$

$$Bi_e \Psi_i(0) - k^*(0) \frac{d\Psi_i}{dx} \Big|_{x=0} = 0; Bi_L \Psi_i(1) + k^*(1) \frac{d\Psi_i}{dx} \Big|_{x=1} = 0 \quad (27.b)$$

Apesar do significativo ganho de eficiência com o uso de um problema de autovalor como o das equações (27.a,b), não existe solução analítica conhecida devido às variações espaciais tanto das propriedades termofísicas quanto da geometria do tubo de Pitot, envolvendo variações abruptas em certos pontos ao longo da direção longitudinal. Para contornar essa dificuldade, é proposto que o próprio problema de autovalor escolhido acima para a solução da equação de condução de calor, seja resolvido através da Técnica da Transformada Integral Generalizada. Com isso em mente, é estabelecido um novo problema de autovalor auxiliar que será utilizado na solução daquele mostrado nas equações (27.a,b). Este deve ser, preferencialmente, de simples solução e computacionalmente eficiente, sendo, portanto, escolhido uma versão simplificada do problema de Sturm-Liouville com coeficientes constantes, que é fornecido nas equações (28.a,b).

$$\frac{d^2 \sigma_j}{dx^2} + \omega_j^2 \sigma_j(X) = 0 \quad (28.a)$$

$$Bi_e \sigma_j(0) - k^*(0) \frac{d\sigma_j}{dx} \Big|_{x=0} = 0; Bi_L \sigma_j(1) + k^*(1) \frac{d\sigma_j}{dx} \Big|_{x=1} = 0 \quad (28.b)$$

De posse da solução do problema de autovalor das equações (28.a,b), define-se um par transformada e inversa para as autofunções Ψ_i como nas equações (29.a,b):

$$\bar{\Psi}_{i,j} = \int_0^1 \sigma_j(X) \Psi_i(X) dX; \quad \Psi_i(X) = \sum_{j=1}^{\infty} \bar{\Psi}_{i,j} \sigma_j(X) \quad (29.a,b)$$

Operando-se o problema (27) com a transformação integral definida na equação (29.a), o problema diferencial ordinário se transforma em um problema de autovalor matricial algébrico definido nas equações (30.a-c).

$$[\Lambda_{i,j}] + \lambda^2 [\Gamma_{i,j}] = 0 \quad (30.a)$$

onde,

$$\Lambda_{i,j} = \int_0^1 \sigma_i(X) \frac{d}{dX} \left(k^*(X) A(X) \frac{d\sigma_j}{dX} \right) \bar{\Psi}_{i,j}; \quad \Gamma_{i,j} = \int_0^1 \sigma_i(X) \sigma_j(X) w^*(X) A(X) \bar{\Psi}_{i,j} \quad (30.b,c)$$

Ao resolver os autovalores e autovetores do problema (30.a), a solução do problema de autovalor pela Técnica da Transformada Integral está completa. Uma forma bastante eficiente de se solucionar este problema é primeiro transformá-lo em um problema de autovalor algébrico convencional, multiplicando os dois lados pela inversa da matriz que multiplica os autovalores e multiplicar toda a equação por menos um. Ao fazer isso, rotinas bastante eficientes na obtenção tanto dos autovalores quanto dos autovetores podem ser aplicadas, tais como as já implementadas na plataforma *Mathematica v.7.0* (WOLFRAM, 2005). Por questões numéricas, é recomendável que a autofunção seja normalizada, ou seja, que seu produto interno por si mesmo seja unitário (COTTA, 1993; COTTA, 1998; COTTA & MIKHAILOV, 1997). A maneira como essa normalização é feita é mostrada nas equações (31.a,b).

$$\tilde{\Psi}_i(X) = \frac{\Psi_i(X)}{\sqrt{N_i}} \quad (31.a)$$

onde,

$$N_i = \int_0^1 w^*(X) A(X) \Psi_i(X)^2 dX \quad (31.b)$$

Finalmente, um par transformada e inversa para a distribuição de temperatura ao longo do Pitot pode ser desenvolvido e este é mostrado nas equações (32.a,b).

$$\bar{\theta}_i(\tau) = \int_0^1 w^*(X)A(X)\tilde{\Psi}_i(X)\theta_{av}(X,\tau)dX; \quad \theta_{av}(X,\tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{\Psi}_i(X)\bar{\theta}_i(\tau) \quad (32.a,b)$$

Tendo em mente essas relações e a integração tendo as autofunções e o termo multiplicando o transiente na equação de condução de calor como *kernel*, é possível obter as equações transformadas (33.a-d).

$$\frac{d\bar{\theta}_i}{d\tau} + \sum_{j=1}^{\infty} B_{i,j}\bar{\theta}_j(\tau) = \bar{g}_i(\tau), i = 1,2,3, \dots \quad (33.a)$$

$$\bar{\theta}_i(0) = \bar{\theta}_{0i} = \int_0^1 w^*(X)A(X)\tilde{\Psi}_i(X) \frac{T_{av_0}(X)-T_{aw}}{T_{ref}-T_{aw}} dX \quad (33.b)$$

onde,

$$B_{i,j} = \lambda_i^2 \delta_{i,j} + \int_0^1 w^*(X)A(X)\tilde{\Psi}_i(X)\tilde{\Psi}_j(X) \frac{\Omega(X)L^2}{k_0} dX \quad (33.c)$$

$$\bar{g}_i(\tau) = \int_0^1 w^*(X)A(X)\tilde{\Psi}_i(X) \frac{g_{av}(X,\tau)L^2}{k_0(T_{ref}-T_{aw})} dX \quad (33.d)$$

Conforme previsto, as equações (33.a-d) são acopladas graças à escolha de preterir a inclusão do termo dissipativo no problema de autovalor, por razões já mencionadas no presente texto. Isso faz com que uma solução exata do problema transformado não seja possível devido ao acoplamento dos infinitos campos transformados nas equações diferenciais ordinárias a serem resolvidas. No entanto, como já foi estabelecido anteriormente, deve-se fazer um truncamento das séries de forma que seja possível avaliar numericamente a solução do sistema transformado. Ao aplicar este princípio à equação (33.a), trunca-se a série presente nesta em uma ordem N , que deverá tão grande quanto o necessário para convergir o potencial final, e obtém-se a equação (34). Esta pode ser resolvida analiticamente usando a definição da função exponencial de matriz da álgebra linear, resultando na solução dada na equação (35).

$$\frac{d\bar{\theta}_i}{d\tau} + \sum_{j=1}^N B_{i,j} \bar{\theta}_j(\tau) = \bar{g}_i(\tau), i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (34)$$

$$[\bar{\theta}_j(\tau)] = e^{-[B_{i,j}]\tau} [\bar{\theta}_{0i}] + \int_0^\tau e^{-[B_{i,j}](\tau-\tau')} [\bar{g}_i(\tau')] d\tau' \quad (35)$$

De posse da solução do problema transformado e da solução do problema de autovalor auxiliar, foi utilizada a inversa da transformação integral que foi apresentada na equação (32.b) para fazer a recuperação analítica da temperatura adimensionalizada.

4.2. Problema de Convecção

Para a solução do escoamento na camada limite ao redor do Pitot, propõe-se o uso do método integral de Karmann-Pohlhausen (SCHLICHTING, 1979; KAYS & CRAWFORD, 1980). Este consiste em aproximar a distribuição de velocidades ao longo da direção perpendicular à superfície por uma função conhecida e relacionar esta função com a espessura da camada limite através das condições de contorno. Feito isso, uma integração das equações de camada limite ao longo da mesma direção sobre a qual a aproximação da distribuição de velocidades foi construída é feita, resultando em uma equação diferencial ordinária ou parcial para a espessura da camada limite. Lembra-se que a equação da energia não será solucionada dessa forma, graças à solução proposta pelas relações de Crocco-Busemann apresentadas na seção 3.2.2. Portanto, o processo do método integral é aplicado somente às equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear. As relações resultantes são dadas por:

$$r\bar{\rho}\bar{v}|_{y=\delta} = -\frac{\partial}{\partial s} \left(\int_0^\delta r\bar{\rho}\bar{u}dy \right) \quad (36.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(\int_0^\delta r\bar{\rho}\bar{u}(u_e - \bar{u})dy \right) = \frac{du_e}{ds} \left(\int_0^\delta r\bar{\rho}\bar{u}dy - \rho_e u_e \int_0^\delta rdy \right) + r_o \tau_w \quad (36.b)$$

Na equação (36.a) ainda existe mais de uma variável, não sendo possível sua solução nessa forma. Usando o fato de que a pressão externa é imposta ao restante da camada limite ao longo da direção perpendicular à superfície do Pitot, é possível utilizar a equação de estado dos gases perfeitos para modelar a distribuição de massa específica em

função da distribuição de temperatura. Esta, por sua vez, é colocada em função do campo de velocidades através da relação de Crocco-Busemann da equação (20). Já o tratamento da tensão de cisalhamento é mais complexo. No regime laminar consiste apenas no efeito viscoso molecular sendo esta, portanto, modelada conforme a equação (37). Já no regime turbulento as tensões de Reynolds se fazem presentes e precisam de um modelo específico para fazer o fechamento. Para tanto, uma abordagem envolvendo um modelo algébrico de comprimento de mistura pode ser utilizado. É sabido que para gradientes de pressão nulos, a tensão de cisalhamento total – molecular mais a turbulenta – é aproximadamente constante ao longo da subcamada turbulenta. Para escoamentos envolvendo gradientes de pressão, uma aproximação pode ser feita para corrigir esta afirmação a qual é mostrada na equação (38) (WHITE, 1992; WHITE & CHRISTOPH, 1972). Ao avaliar esta expressão na borda da camada limite, é possível obter a tensão de cisalhamento no regime turbulento e usar este resultado para alimentar a equação (36.b).

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (37)$$

$$\tau_T = \rho \kappa^2 y^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 + \rho_e u_e \frac{du_e}{ds} y \quad (38)$$

Para completar a metodologia de solução da equação (36.b) é necessário determinar quais funções melhor se adaptam à representação das distribuições de velocidade para utilizá-las no método integral. Em geral é proposto para o regime laminar funções polinomiais como a mostrada, em sua forma geral, na equação (39).

$$u = \sum_{i=0}^n c_i(s) y^i \quad (39)$$

Ao fazer isso, surge a questão sobre qual ordem polinomial melhor representa os campos de velocidade e temperatura. A determinação desta ordem pode ser feita através de resultados *benchmark* tais quais aqueles obtidos para placa plana. Estas comparações são feitas com mais detalhe na seção 5.1, reservando-se a esta seção apenas a Tabela 4.1 mostrando o desvio percentual do número de Nusselt em relação àquele obtido através da

solução por similaridade das equações de camada limite para gradientes de pressão nulos. Esta tabela mostra que a aproximação por polinômios de terceira ordem é aquela que apresenta melhores resultados, sendo, portanto, aqui escolhida para dar prosseguimento ao procedimento de solução.

Tabela 4.1 – Erro relativo do Número de Nusselt para uma placa plana obtido pelo método integral com aproximações polinomiais para o perfil de velocidade laminar em comparação com correlações da literatura

Ordem do Polinômio	Erro relativo do Número de Nusselt (%)
2	17.90
3	4.13
4	10.67

Para o caso laminar com aproximação polinomial de terceira ordem, ainda existe o problema da determinação dos coeficientes $c_i(s)$. Estes são obtidos através da imposição de condições de contorno, como as condições de não escorregamento na parede e o confinamento dos efeitos viscosos na camada limite, quanto expressões retiradas diretamente da equação diferencial de conservação da quantidade de movimento linear na camada limite. As equações (40.a-d) mostram as condições de contorno utilizadas para estabelecer o perfil de velocidades do escoamento no interior da camada limite que devem ser quatro para que seja possível encontrar todos os coeficientes de um polinômio de terceira ordem.

$$u(s, 0) = 0; \quad \rho_e u_e \frac{du_e}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = 0 \quad (40.a,b)$$

$$u(s, \delta) = u_e; \quad \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = 0 \quad (40.c,d)$$

Para o perfil de velocidades em regime turbulento, usa-se a equação (38) e combina-se a equação de estado dos gases perfeitos com a relação de Crocco-Busemann da equação (20), sendo então possível obter o perfil de velocidades mostrado nas equações (41.a-g) (WHITE & CHRISTOPH, 1972).

$$u^+ = \frac{1}{2\gamma} \left\{ \beta + Q \sin \left(\phi + \frac{\sqrt{\gamma}}{\kappa} \left[2(S - S_0) + \ln \left(\frac{S-1}{S+1} \frac{S_0+1}{S_0-1} \right) \right] \right) \right\} \quad (41.a)$$

onde,

$$\alpha = -\frac{\rho_e u_e v_w}{\tau_w u_\tau} \frac{du_e}{ds}; \quad \beta = \frac{q_w v_w}{T_w k_w u_\tau}; \quad \gamma = \frac{Pr^{1/3} u_\tau^2}{2c_p T_w} \quad (41.b-d)$$

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{2\gamma u_0^+ - \beta}{Q} \right); \quad Q = \sqrt{\beta^2 + 4\gamma}; \quad S = \sqrt{1 + \alpha y^+} \quad (41.e-g)$$

No entanto, por seu caráter mais complexo, o perfil de velocidades das equações (41.a-g) pode gerar problemas para a solução analítica pelo método integral, principalmente no que tange à sua integração ao longo da camada limite. Para solucionar este impasse é proposto um perfil de velocidades baseado na lei da potência que é mostrado na equação (42) (SCHLICHTING, 1979). Sua formulação pode ser deduzida a partir da lei de fricção de Blasius e o expoente de 1/7 foi determinado em comparação com resultados experimentais (SCHLICHTING, 1979). Na Figura 4.1 é mostrada a comparação entre o perfil de velocidades obtido a partir da teoria de comprimento de mistura (WHITE, 1992; WHITE & CHRISTOPH, 1972) e a lei de potência aqui proposta para alguns valores típicos da velocidade de fricção na parede. É possível observar que existe boa concordância entre as duas abordagens principalmente quando se considera regiões de baixo cisalhamento. Portanto, a equação (42) é escolhida para ser aplicada no presente trabalho por sua maior simplicidade e robustez numérica quando utilizada com o método integral.

$$u^+ = 8.74y^{+1/7} \quad (42)$$

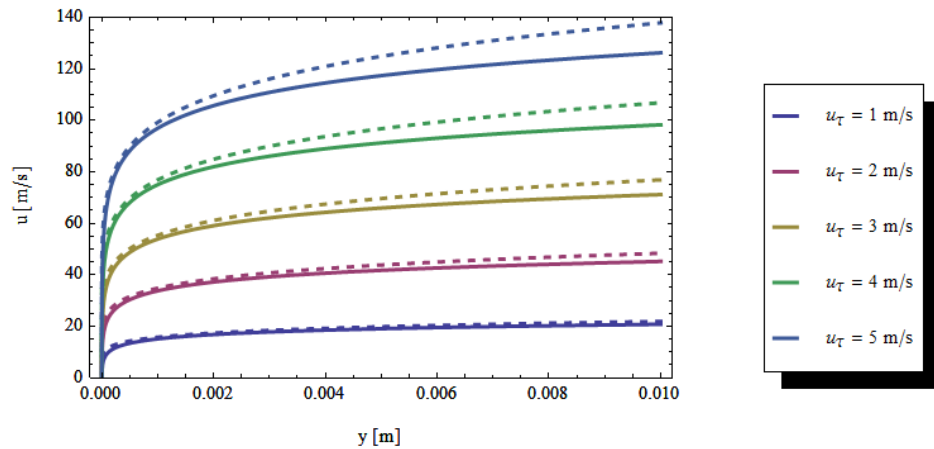


Figura 4.1 – Comparação entre o perfil de velocidades da lei da potência, em pontilhado, e o perfil obtido com a teoria de comprimento de mistura, em linha cheia.

É importante ressaltar que ambos os perfis de velocidade aqui mostrados possuem singularidade de seus gradientes na parede, impossibilitando a avaliação da tensão de cisalhamento desta forma. Uma solução proposta é a de que se faça a imposição de que a velocidade na borda da camada limite seja igual àquela do escoamento potencial nesta mesma borda (condição de continuidade) e com isso se torna possível o cálculo da tensão de cisalhamento em função da espessura da camada limite através da equação (43), possibilitando a solução da equação (36.b) para o regime turbulento.

$$u_e = 8.74u_\tau \left(\frac{u_\tau y}{\nu_w} \right)^{1/7} \quad (43)$$

4.3. Problema Conjugado

Em um primeiro momento, optou-se pela solução acoplada dos modelos para o sólido e o fluido, o que não se mostrou computacionalmente eficiente e metodologicamente interessante. Para contornar esta situação um processo iterativo foi aqui adotado, tal qual mostra o fluxograma da Figura 4.2. A convergência do referido processo foi uma preocupação em um primeiro momento. No entanto, será mostrado mais adiante que a convergência é atingida em 6 ou 7 iterações o que foi considerado excelente para os propósitos do presente trabalho.

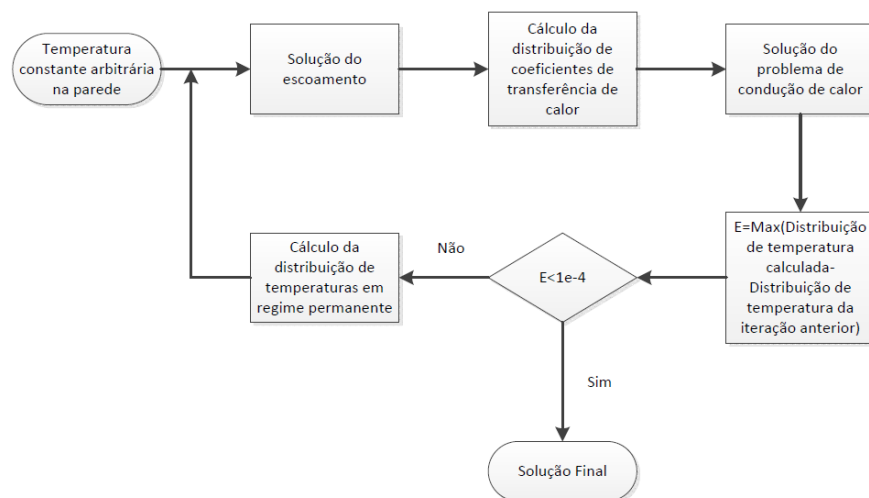


Figura 4.2 – Fluxograma indicativo das etapas do processo iterativo empregado para a solução do problema conjugado

Capítulo 5 - Resultados e Discussão

5.1. Verificação do Problema de Convecção: Placa Plana

Antes de buscar a validação do modelo conjugado aqui proposto, se faz necessária a verificação do modelo de escoamento e convecção no fluido em face de situações de solução simples encontradas na literatura. No entanto, em grande parte as soluções disponíveis foram desenvolvidas para escoamentos incompressíveis, o que foge do escopo principal do presente trabalho, qual seja desenvolver um modelo válido, também, para condições de cruzeiro de uma aeronave comercial moderna, cujo número de Mach gira em torno de 0.8, bem acima do limite de 0.3 usualmente considerado para inclusão dos efeitos de compressibilidade. É então adotada a alternativa de avaliação das propriedades termofísicas em uma temperatura diferente da de filme, normalmente recomendada para corrigir os efeitos de compressibilidade usando correlações originalmente desenvolvidas para escoamento incompressível. Uma temperatura de referência usualmente empregada é mostrada na equação abaixo (OZISIK, 1985):

$$T_r = T_\infty + 0.5(T_w - T_\infty) + 0.22(T_{aw} - T_\infty) \quad (44)$$

Duas correlações são usadas como base para a verificação se os valores obtidos através do método integral reproduzem com boa acurácia resultados bem estabelecidos: uma para regime laminar, mostrada na equação (45), e outra para o regime turbulento, mostrada na equação (46) (OZISIK, 1985). A princípio as correlações mostradas nas equações mencionadas foram desenvolvidas para escoamentos incompressíveis. No entanto, ao avaliar as propriedades termofísicas na temperatura de referência da equação (44) estas passam a valer, com razoável precisão, no regime compressível.

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad (45)$$

$$Nu_x = 0.0296 Re_x^{0.8} Pr^{1/3} \quad (46)$$

De posse das correlações acima, cuja aderência aos dados experimentais existentes é bem conhecida e aceita, é possível verificar se o algoritmo computacional desenvolvido para a solução do escoamento é adequado. Para o caso laminar há ainda a necessidade de determinar a ordem polinomial a ser usada de forma que os resultados para a placa plana melhor se aproximem dos resultados obtidos através das correlações acima. De forma a fazer essa comparação, a rotina de simulação é executada para polinômios de ordem 2, 3 e 4, com um escoamento de corrente livre com Mach 0.8 e temperatura de 20 °C, para uma temperatura constante na parede de 350 K. A Figura 5.1 mostra a comparação entre as soluções para diferentes ordens polinomiais e fica evidente que aquela que mais se aproxima do resultado obtido com a correlação (45) é a aproximação polinomial de terceira ordem, com um erro relativo de 4.13%, conforme apresentado anteriormente na Tabela 4.1, sendo, portanto, o mais adequado para ser usado no presente trabalho. Quanto à verificação da solução do regime turbulento pelo método integral proposto, esta é feita ao proceder à comparação dos resultados simulados usando as mesmas condições especificadas para a verificação da precisão do regime laminar com a correlação mostrada na equação (46). Cabe ressaltar que é considerado que o escoamento é turbulento desde o ponto em que este estabelece contato com a parede sólida até o fim desta, ou seja, é turbulento ao longo de toda a placa. A Figura 5.2 mostra que existe pouca discrepância entre o resultado simulado e aquele dado pela correlação semi-empírica. O erro relativo máximo neste caso foi de 5.86% o que foi considerado aceitável para os propósitos do presente estudo. Feitas as comparações é possível concluir que os modelos propostos para a solução do escoamento compressível são capazes de reproduzir resultados bem estabelecidos, aumentando a confiança de que, ao usá-los no tratamento do problema conjugado, valores razoavelmente precisos serão obtidos.

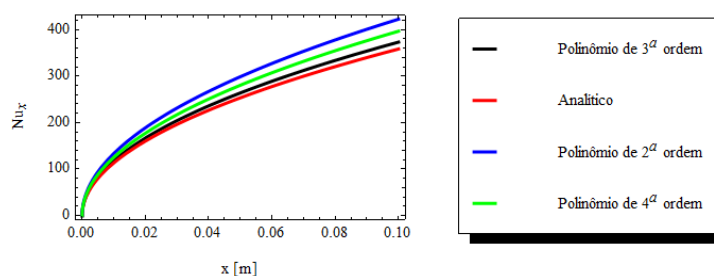


Figura 5.1 – Comparação entre as diferentes ordens de aproximação polinomial para o campo de velocidades com a correlação analítica da equação (45) para regime laminar

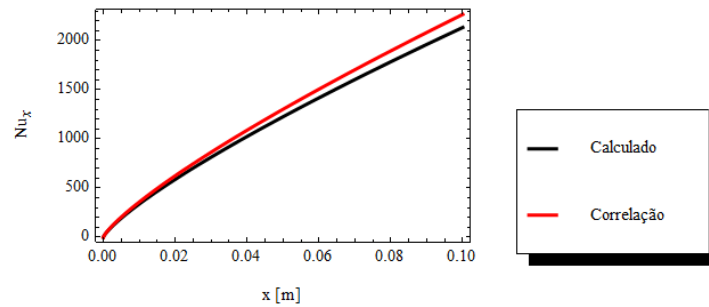


Figura 5.2 – Comparação entre o resultado obtido pelo método integral e aquele proveniente da correlação para escoamento em regime turbulento

5.2. Validação para Escoamento Incompressível: Experimento em Túnel de Vento

Para uma primeira avaliação da adequação do modelo, experimentos em ambiente controlado de laboratório foram conduzidos. Para os propósitos do presente trabalho, resultados experimentais obtidos no túnel de vento subsônico de circuito aberto (SOUZA et al., 2011), mostrado na Figura 5.3, que equipa a Divisão de Mecânica dos Fluidos e Anemometria do Instituto Nacional de Metrologia, Padronização e Qualidade Industrial (INMETRO), foram utilizados para validação do modelo para o problema conjugado, antes de testes mais conclusivos em escoamento compressível de ensaios em vôo.



Figura 5.3 – Túnel de vento subsônico de circuito aberto que equipa o DINAM (Divisão de Mecânica dos Fluidos e Anemometria) do INMETRO

Em (SOUZA et al., 2011) as medições de temperatura foram feitas com a ajuda de uma câmera termográfica por infravermelho modelo SC660 fabricada pela *FLIR*. Além

disso, medições usando um equipamento de velocimetria por imagem de partículas (PIV, na sigla em inglês), fabricado pela *DANTEC DYNAMICS*, foram realizadas de forma a se ter uma ideia melhor de como se comporta o escoamento de ar ao longo do Pitot e identificar possíveis pontos de descolamento da camada limite e de transição para o regime turbulento. O posicionamento destes é mostrado na Figura 5.4 e na Figura 5.5, respectivamente.



Figura 5.4 – Posicionamento da câmera de termografia por infravermelho.



Figura 5.5 – Posicionamento do equipamento de velocimetria por imagem de partículas

Os resultados experimentais para temperatura ambiente de 21 °C, velocidade de corrente livre do ar de 9.98 m/s, voltagem e corrente nos terminais do sistema de proteção eletrotérmico de 68 V e 0.69 A, respectivamente, são mostrados na Figura 5.6 e na Figura 5.7. É possível observar na primeira o efeito do sistema de proteção eletrotérmico empregado na sonda Pitot em questão, que se manifesta em altas temperaturas na região próxima ao ponto de estagnação. Já a segunda mostra que o escoamento se manteve laminar até a perda de contato com a superfície do Pitot na parte mais a direita. Isso dá a confiança para afirmar que, mesmo com a presença de uma variação relativamente abrupta entre uma geometria cônica e uma cilíndrica que ocorre próxima ao ponto de estagnação, o escoamento mantém-se em regime laminar e sem indução de turbulência. Outra observação importante a ser feita é que a espessura da camada limite tem aproximadamente a mesma ordem de grandeza que as dimensões radiais. A consequência disto é que não se deve negligenciar o efeito da curvatura nas grandezas relacionadas ao escoamento.

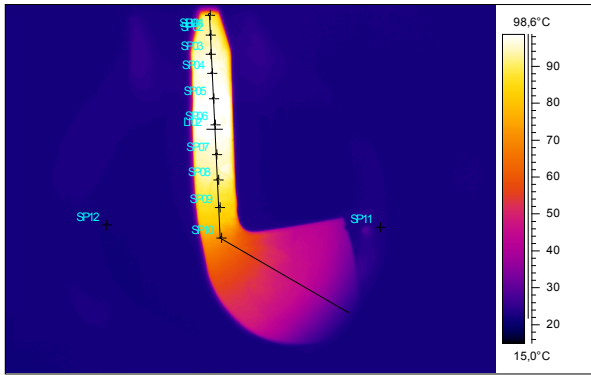


Figura 5.6 – Resultados experimentais da termografia por infravermelho (9.98 m/s, 68 V e 0.69 A no resistor)

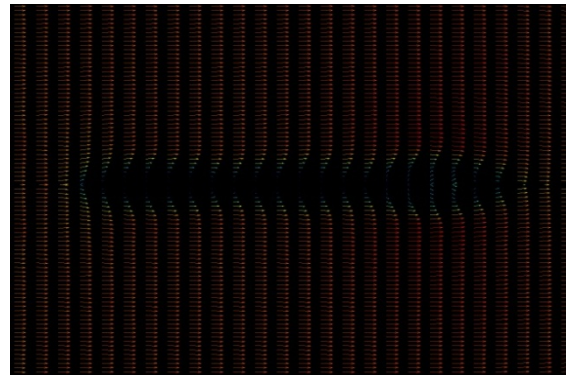


Figura 5.7 – Resultado da velocimetria por imagem de partículas para uma velocidade de 9.98 m/s

O modelo da seção 3.2 é finalmente empregado e seus resultados são comparados com aqueles obtidos experimentalmente (SOUZA et al., 2011). Primeiramente se observa o comportamento do campo de temperaturas em regime permanente em relação aos dados empíricos na Figura 5.8 que mostra como a temperatura da superfície do Pitot varia com a direção longitudinal a partir da tomada de pressão na região de estagnação. Os resultados têm boa aderência, particularmente em uma das regiões foco no presente trabalho que é aquela próxima ao ponto de estagnação. No entanto, existe uma discrepância considerável na região do suporte de fixação do Pitot na bancada de testes, indicando que não foram contabilizadas todas as perdas térmicas nesta parte, mas este desvio dos resultados experimentais não foi considerado crítico devido à região ser de pouca importância relativa no que se refere à funcionalidade do sensor e também ao fato de que este não comprometeu a precisão do restante do campo de temperaturas conforme ficou comprovado com a boa aderência dos resultados no restante do corpo do Pitot. Outro aspecto digno de menção é que o posicionamento do sistema de proteção eletrotérmico ligeiramente afastado do ponto crítico de formação de gelo tem grande influência para que este seja efetivo, o que pode ser constatado pelas menores temperaturas observadas próximas ao ponto de estagnação em relação à região em que se localiza o resistor. Isto indica que pode ser uma boa estratégia para melhorar a capacidade anti-gelo do tubo de Pitot, aproximar o resistor do ponto de estagnação e/ou alterar a distribuição espacial da densidade de potencia, gerando-se mais calor nas proximidades da região de estagnação.

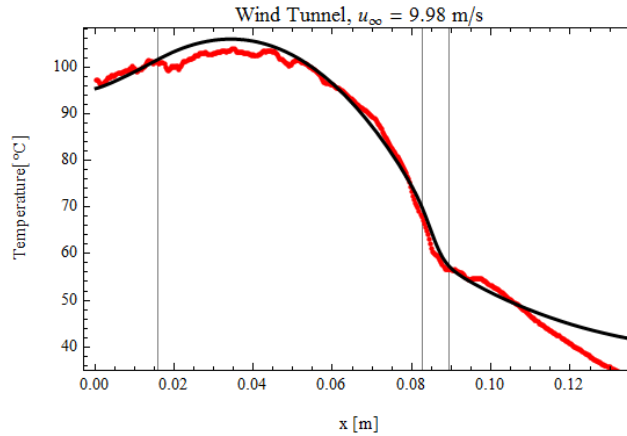


Figura 5.8 – Comparação entre campos de temperatura em regime permanente: experimental, em vermelho, e simulado, em preto

A Figura 5.9a e a Figura 5.9b mostram os resultados advindos da solução do escoamento, incluindo a influência que o campo de temperaturas do sólido tem sobre este. Na primeira é mostrada a distribuição da espessura da camada limite ao longo da direção longitudinal. É possível ver que o efeito da mudança de geometria cônica para cilíndrica é o aparecimento de uma depressão em comparação com a curva obtida para gradiente de pressão nulo. Na segunda é mostrada a variação do coeficiente de transferência de calor ao se percorrer todo o Pitot, incluindo o suporte em forma de asa. Esta variação do coeficiente de transferência de calor também é comparada com aquela obtida quando se usa correlações empíricas para estabelecê-la. A diferença, como era de se esperar, é maior na região do tronco de cone, visto que a correlação foi desenvolvida para escoamentos com gradiente de pressão nulo.

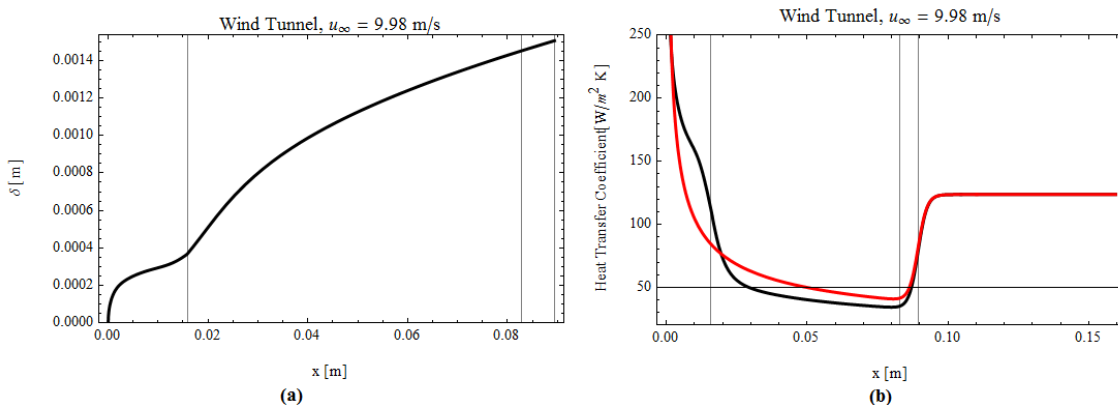


Figura 5.9 – Resultados para o escoamento (túnel de vento, 9.98 m/s, 68V, 0.69 A): (a) Distribuição de espessura da camada limite; (b) Comparação entre o coeficientes de transferência de calor simulado, em preto, e de correlação, em vermelho.

Também foi avaliada a evolução temporal do campo de temperaturas, visto que a redução do tempo de resposta do sistema eletrotérmico a uma variação na velocidade e/ou na temperatura de corrente livre é de vital importância para o funcionamento deste. Um modelo que negligencia a influência da capacidade térmica do material cerâmico responsável pelo isolamento elétrico da sonda Pitot pode erroneamente levar a um tempo de resposta muito mais curto. Este comportamento é observado ao se comparar as Figura 5.10, onde não se inclui a participação do isolamento elétrico (porcelana), com as Figura 5.11, onde a porcelana é considerada nas propriedades térmicas efetivas. Esses dois conjuntos de figuras mostram a evolução temporal da temperatura para 5 posições ao longo da direção longitudinal do Pitot. É possível ver que existe boa concordância no caso em que a capacidade térmica do material cerâmico é levada em consideração conforme mostrado na Figura 5.11. Porém, ao desconsiderá-la, grande discrepância é observada no tempo de resposta do sistema eletrotérmico do Pitot a uma mudança nas condições externas. Ao observar a Figura 5.10 com maior atenção é possível concluir que esta discrepância é particularmente maior quanto mais próximo do ponto de estagnação está o ponto em questão, o que faz com que tal simplificação seja indesejável na presente aplicação. Para comprovar esta afirmação os tempos de resposta no ponto de estagnação e a 90 mm deste são calculados e comparados com os valores experimentais. Os resultados mostram que a ausência de porcelana no modelo subestima o tempo de resposta em 4 minutos no ponto de estagnação, em contraponto aos 3 minutos observados a 90 mm deste.

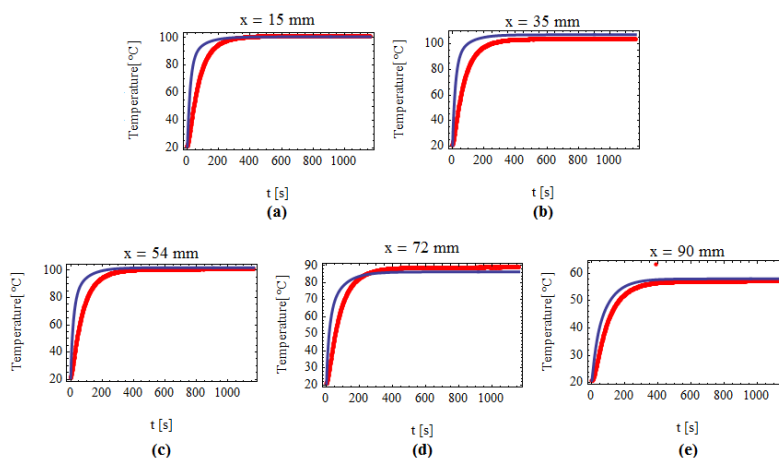


Figura 5.10 – Comparação entre a evolução temporal da temperatura medida no experimento em túnel de vento e o calculado através do modelo conjugado proposto desconsiderando a porcelana, para diversas posições longitudinais.

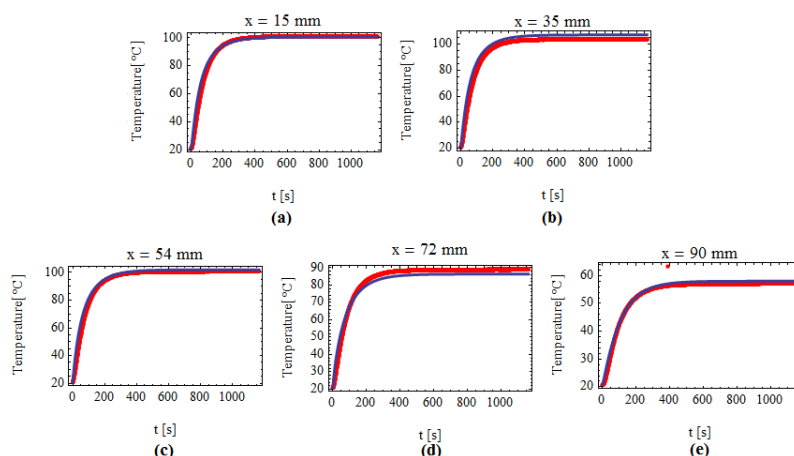


Figura 5.11 - Comparação entre a evolução temporal da temperatura medida no experimento em túnel de vento e o calculado através do modelo conjugado proposto considerando a porcelana, para diversas posições longitudinais.

5.3. Validação para Escoamento Compressível: Ensaios em Voo

Para validar o modelo proposto para todas as situações de voo desejadas, é necessário testá-lo contra dados em que a compressibilidade do ar tem um papel importante. Portanto, ensaios em vôo em uma aeronave A-4 Skyhawk da Marinha Brasileira foram realizados na Base Naval de São Pedro D'Aldeia, RJ, como mencionado anteriormente (SOUZA et al., 2012). Foram então fixados termopares na sonda Pitot que equipa este avião e adquiriu-se dados para obter a evolução temporal da temperatura nos pontos da superfície externa em que foram posicionados os sensores, ao longo do comprimento do Pitot. A Figura 5.12 mostra a posição do Pitot em relação a aeronave e a disposição dos termopares, bem como suas saídas para um *Data Logger*, modelo 177-T4 fabricado pela *TESTO*, responsável pela aquisição e armazenamento de dados (Souza et al., 2012). Os termopares foram fixados usando o adesivo especial *E-20NS Hysol Epoxy Adhesive*, fabricado pela *Loctite*. Um dos termopares é voltado para a medição da temperatura ambiente do ar que é um parâmetro importante para o cálculo do campo de temperaturas externo à camada limite e dos fluxos de calor associados. Após a preparação foram obtidas medidas de temperatura em duas situações de voo distintas: a 10000 pés com número de Mach igual a 0.5 e a 15000 pés com número de Mach igual a 0.51. Infelizmente a temperatura da superfície do Pitot em solo superou, de forma inesperada, o valor máximo recomendado pelo fabricante do adesivo e dois dos termopares se desprenderam. No

entanto, ainda foi possível realizar análises com os dois termopares restantes, sendo estes, o posicionado a 80 mm do ponto de estagnação e o responsável pelas medições da temperatura ambiente (SOUZA et al., 2012).

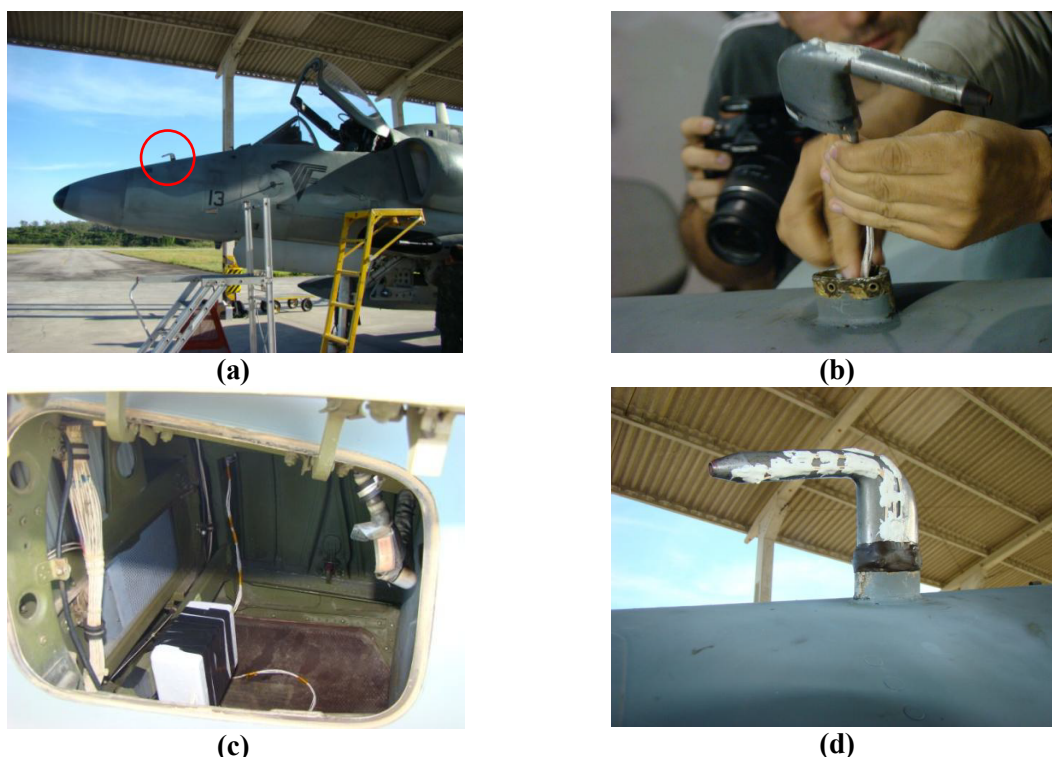


Figura 5.12 – Disposição do tubo de Pitot na aeronave: (a) posicionamento do Pitot no A-4 Skyhawk; (b) instalação do tubo de Pitot no cone frontal da aeronave; (c) Data Logger isolado termicamente no compartimento frontal da aeronave; (d) detalhe do posicionamento dos termopares

Um aspecto importante desta campanha de experimentos é que foi solicitado ao piloto que ligasse e desligasse o sistema de proteção eletrotérmico em intervalos de tempo para que fosse feita a observação do comportamento transiente do campo de temperaturas no Pitot e, assim, validar o modelo conjugado para a predição do tempo de resposta do referido sistema. Os instantes de tempo em que são feitos os ligamentos e desligamentos do resistor não foram medidos diretamente e sim retirados dos resultados experimentais obtidos com o termopar restante, sendo estes caracterizados por pontos de inflexão na curva. Após a identificação destes tempos, é possível construir uma função que represente a variação temporal da potência dissipada no resistor para as duas situações em questão, como mostrado na Figura 5.13.

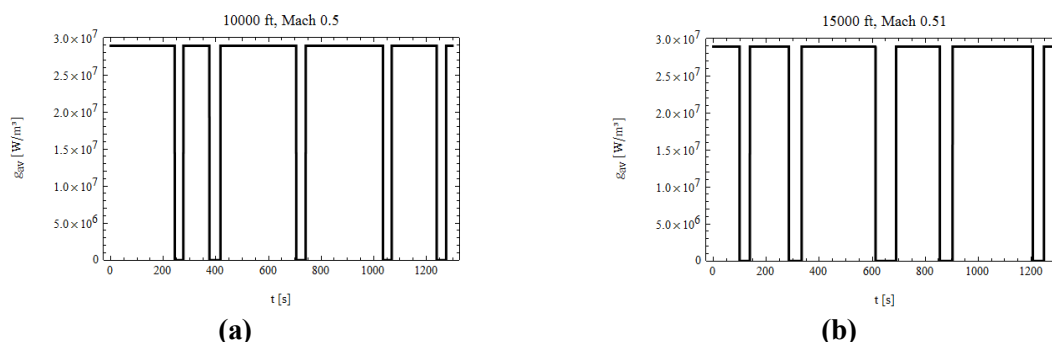


Figura 5.13 – Variação temporal do termo de geração de energia térmica devido ao efeito Joule no resistor nos ensaios em vôo: (a) 10000 pés e Mach 0.5; (b) 15000 pés e Mach 0.51

De posse da solução do problema conjugado aqui proposto para modelar o fenômeno da transferência de calor no Pitot é possível compará-la com os resultados obtidos para o termopar a 80 mm do ponto de estagnação e, assim, validar o modelo para posterior emprego em análises para projeto térmico de tais sondas.

Novamente, em primeiro lugar foi proposto um modelo desprezando-se a influência da capacidade térmica da cerâmica responsável pelo isolamento elétrico. No que diz respeito ao campo de temperaturas em regime permanente, a importância em se considerar as propriedades termofísicas efetivas com inclusão da cerâmica é muito pequena. Porém, o interesse principal do presente estudo recai na solução em regime transiente, e na interação dinâmica entre o escoamento externo e a condução de calor no sólido. Para mostrar que é imprescindível considerar a porcelana caso se queira resultados transientes coerentes, deve-se comparar a Figura 5.14 com a Figura 5.15. É perceptível o desvio entre os valores calculados e aqueles medidos durante as duas situações de voo. Quantificando tal desvio tem-se que, para o voo a 10000 pés, o RMS ("Root Mean Square") da diferença entre o valor calculado e os dados experimentais é de 5.58°C para o caso em que a porcelana é ignorada e de 3.15°C considerando-a, o que significa que a diferença é 77% maior no caso em que o material cerâmico é ignorado. Já para o voo a 15000 pés o RMS é de 7.39°C quando se desconsidera a porcelana e de 4.21°C ao considerá-la, o que corresponde a uma diferença de 76%. Isto mostra, definitivamente, a importância da influência do material responsável pelo isolamento elétrico do resistor na resposta térmica transiente do Pitot. Deve ser ressaltada uma importante característica deste desvio, que diminui drasticamente o tempo previsto para que a temperatura da superfície do tubo de Pitot atinja o regime permanente, o que poderia levar a conclusões errôneas sobre a confiabilidade do sensor.

Outro fato a ser ressaltado é quanto à precisão relativa do modelo proposto e a aproximação de parâmetros concentrados classica empregada em (SOUZA et al., 2011). Apesar do modelo de parâmetros concentrados classico apresentar bons resultados para o voo a 15000 pés, um desvio mais considerável pode ser observado no caso do voo a 10000 pés, como é verificado pela comparação entre a Figura 5.14 e a Figura 5.15. Isso se deve aos maiores coeficientes de transferência de calor observados no segundo caso, ocasionados pelo maior número de Reynolds. O modelo proposto no presente trabalho que envolve a modelagem por aproximação em parâmetros concentrados melhorada apresentou melhor concordância com os dados medidos no voo a 10000 pés do que o calculado com o modelo simplificado. Portanto, o modelo aqui proposto foi considerado mais adequado, visto que o envelope de voo coberto tem uma abrangência maior do envelope de voo.

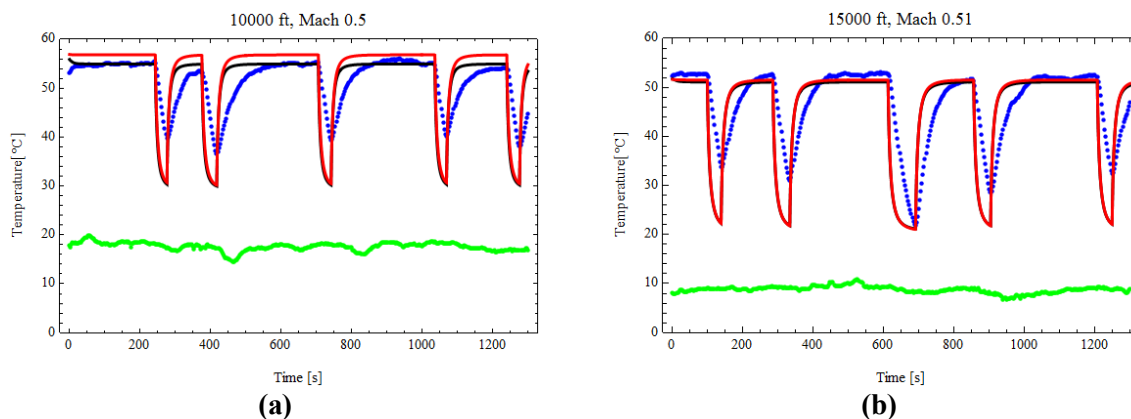


Figura 5.14 – Evolução das temperaturas na superfície do Pitot a 80 mm do ponto de estagnação, negligenciando a porcelana, com o modelo proposto, em preto, com o modelo em parâmetros concentrados classico, em vermelho, e com resultados experimentais, em azul, para os ensaios em voo: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach de 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach de 0.51

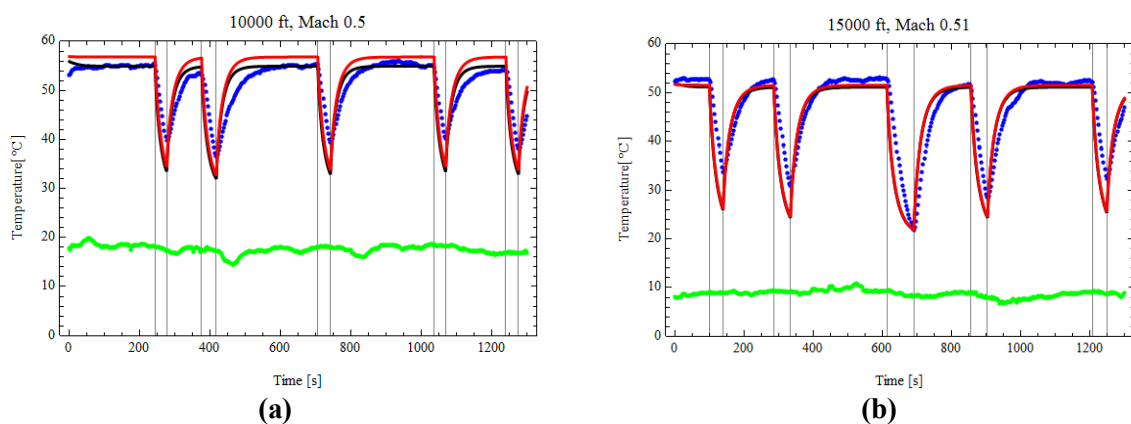


Figura 5.15 – Evolução das temperaturas na superfície do Pitot a 80 mm do ponto de estagnação, considerando a porcelana, com o modelo proposto, em preto, com o modelo em parâmetros concentrados classico, em vermelho, e com resultados experimentais, em azul, para os ensaios em voo: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach de 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach de 0.51

Conforme já foi explicitado, um procedimento iterativo é utilizado de forma a acoplar o fluido e o sólido baseado no fluxograma da Figura 4.2. No entanto, não existe nenhuma garantia, *a priori*, de que este irá convergir em todas as situações simuladas. Portanto, é preciso monitorar a convergência do modelo conjugado, o que é feito através da máxima diferença absoluta entre dois campos de temperatura simulados em iterações consecutivas. A Tabela 5.1 mostra esta diferença em diferentes iterações para as situações apresentadas nesta seção. É possível concluir que, para os casos simulados, a convergência acontece de forma relativamente rápida.

Tabela 5.1 – Monitoramento da convergência do processo iterativo do modelo conjugado para os ensaios em voo

Iteração	Altitude de 10000 pés e Mach 0.5		Altitude de 15000 pés e Mach 0.51	
	Sem Porcelana	Com Porcelana	Sem Porcelana	Com Porcelana
1	23.1671	23.1666	26.8548	26.8549
2	9.86907	9.86953	12.6037	12.6035
3	0.205068	0.205874	0.167515	0.167436
4	0.0134393	0.0134703	0.0121526	0.0121444
5	0.000913956	0.00091707	0.000921695	0.000925743
6	0.0000630423	0.000062988	0.0000703363	0.0000676823

É importante também examinar o comportamento espacial da temperatura em regime permanente. Neste caso a comparação é feita entre o modelo em que correlações são utilizadas em contraposto ao modelo acoplado proposto no presente texto. Os resultados para as duas situações de voo testadas são mostradas na Figura 5.16. Ao observá-los é possível concluir que as maiores discrepâncias entre a temperatura calculada com as correlações e aquela advinda do modelo acoplado, surgem próximas da região do ponto de estagnação. Isto mostra que, a desconsideração do acoplamento entre o escoamento e a condução de calor no sólido, pode levar a estimativas otimistas da temperatura no ponto de estagnação, que é crítica para a formação de gelo e consequente perda funcional da sonda Pitot, o que consiste em um modelo pouco conservador do ponto de vista da segurança em voo.

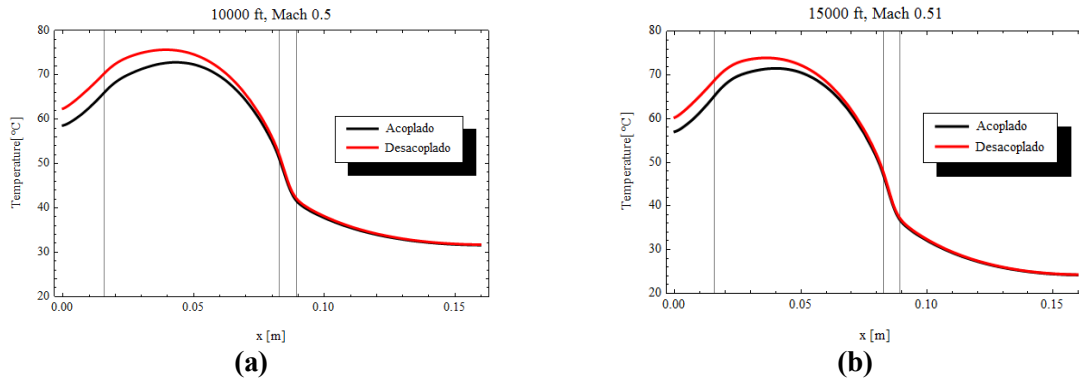


Figura 5.16 – Campo de temperaturas em função da posição longitudinal em regime permanente: (a) para o voo a 10000 pés e Mach 0.5; (b) para o voo a 15000 pés e Mach 0.51

É importante analisar os resultados relacionados ao problema de convecção. De forma semelhante ao que foi feito na seção 5.2, são mostrados nos gráficos da Figura 5.17 e da Figura 5.18 as distribuições de espessura da camada limite mecânica e de coeficiente de transferência de calor, respectivamente. A novidade em relação ao que foi encontrado ao analisar os dados obtidos para o túnel de vento é a presença do regime turbulento em ambos. No gráfico da espessura da camada limite uma descontinuidade é visível o que condiz com a hipótese de transição laminar-turbulento abrupta. O mesmo pode ser dito da distribuição de coeficientes de transferência de calor, em que no mesmo ponto de transição da espessura, apresenta uma brusca mudança tanto de valores quanto de padrão de variação com a posição longitudinal. Outro fato importante é atentar para os valores de coeficiente de transferência de calor obtidos no voo a 10000 pés em contraposição aos do voo a 15000 pés. O primeiro é consideravelmente maior que o segundo, o que explica a menor aderência do modelo clássico de parâmetros concentrados em prever a temperatura no ponto em análise, devido ao maior número de Biot decorrente deste fato.

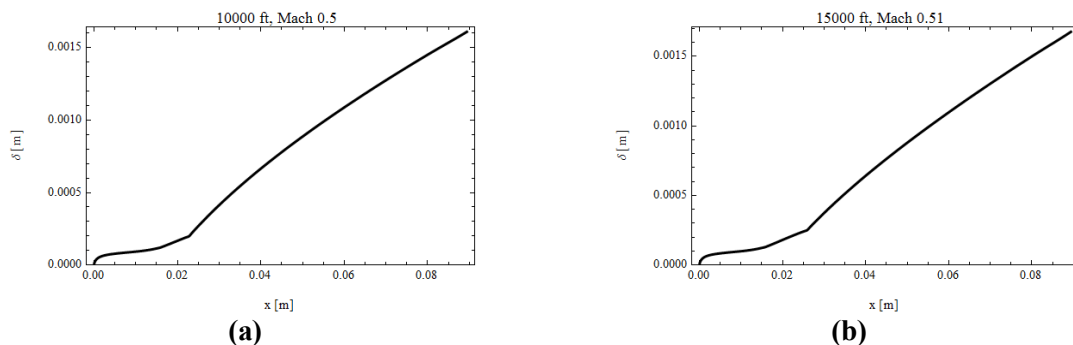


Figura 5.17 – Variação da espessura da camada limite ao longo da direção longitudinal do Pitot: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach 0.51

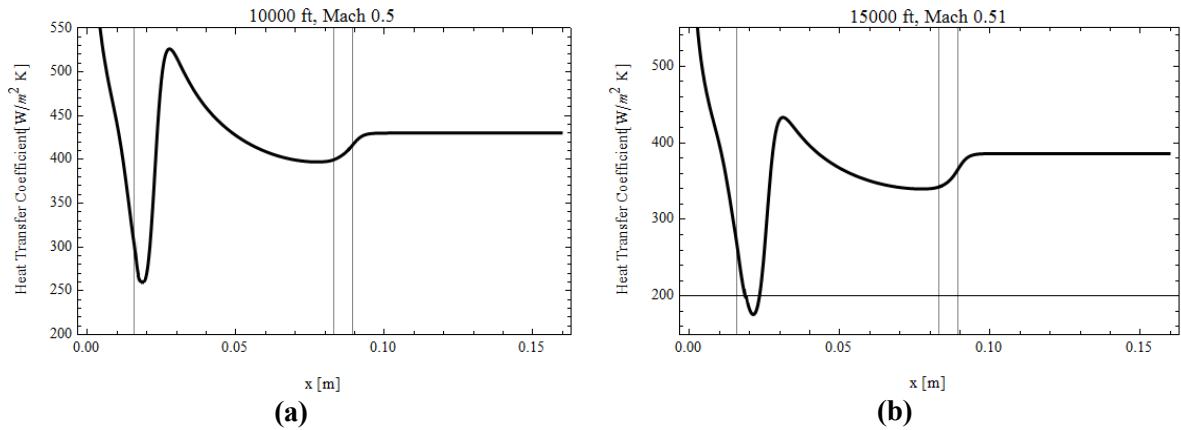


Figura 5.18 – Variação do coeficiente de transferência de calor ao longo da direção longitudinal do Pitot: (a) voo a 10000 pés de altitude e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés de altitude e Mach 0.51

Por último, deve-se reportar o comportamento do campo de temperaturas no ponto de estagnação devido à sua grande importância no que tange à formação de gelo em sondas Pitot. A Figura 5.19 mostra os resultados da temperatura no ponto de estagnação ao longo do processo transiente ensaiado, para as duas situações de voo já mencionadas anteriormente. Uma conclusão importante é a de que o comportamento no regime transiente da temperatura do ponto de estagnação é análogo àquele do ponto monitorado durante os testes em voo. Outra observação importante é a ordem de grandeza dos valores obtidos para o coeficiente de transferência de calor no ponto de estagnação. Olhando a correlação apresentada na equação (12) é possível concluir que este coeficiente depende inversamente da raiz quadrada do diâmetro nesta região, o que mostra um possível caminho para modificações no projeto da sonda que é o aumento deste diâmetro visando à diminuição da perda de calor e consequente aumento de temperatura no ponto de estagnação.

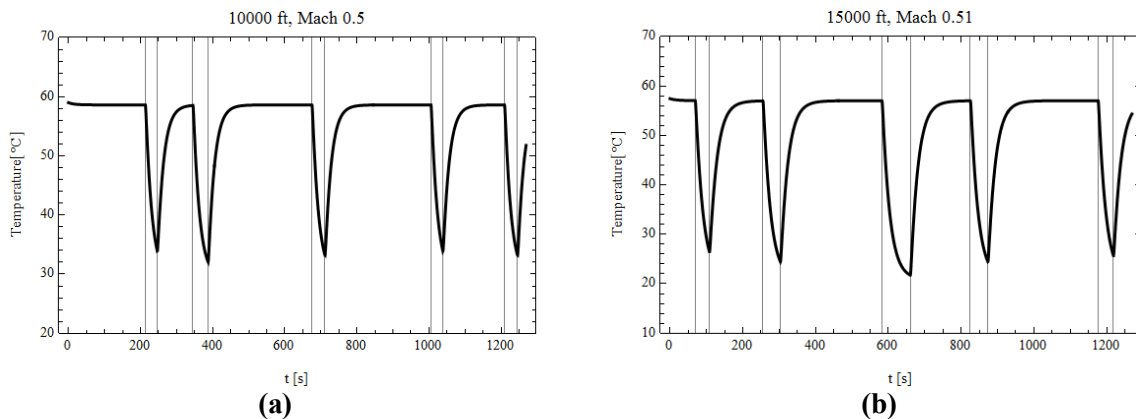


Figura 5.19 – Comportamento transiente simulado da temperatura do ponto de estagnação do tubo de Pitot: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach 0.51

5.4. Estudos Paramétricos para o Projeto Térmico de Sondas Pitot

De posse do modelo térmico conjugado para tubos de Pitot aeronáuticos em condições reais de voo, o próximo passo é estabelecer diretrizes de projeto deste, visando à profilaxia da acreção de gelo que pode acarretar perda funcional do sensor. Na presente seção, análises de sensibilidade do campo de temperaturas a três mudanças propostas a seguir são feitas e seus resultados são comparados com aqueles validados através dos ensaios em voo para que seja possível tirar conclusões para orientar o projeto de tais sondas.

5.4.1. Raio do Ponto de Estagnação

Para esta análise de sensibilidade é proposta a diminuição em 50% do diâmetro do ponto de estagnação. Os efeitos de tal mudança nos parâmetros geométricos são mostrados na Figura 5.20. Os resultados para as duas situações de voo são mostrados na Figura 5.21. A temperatura no regime permanente com a diminuição de 50% no raio do ponto de estagnação é 1.2 °C maior que aquela observada com a geometria do Pitot utilizado para a validação do modelo, o que corresponde a um aumento de 2.2%. Isto mostra que essa mudança sozinha não é capaz de grandes melhorias do ponto de vista do aumento da capacidade antigelo do tubo de Pitot, ainda mais com o efeito negativo de facilitar o bloqueio total da entrada de ar ao diminuir o tamanho desta.

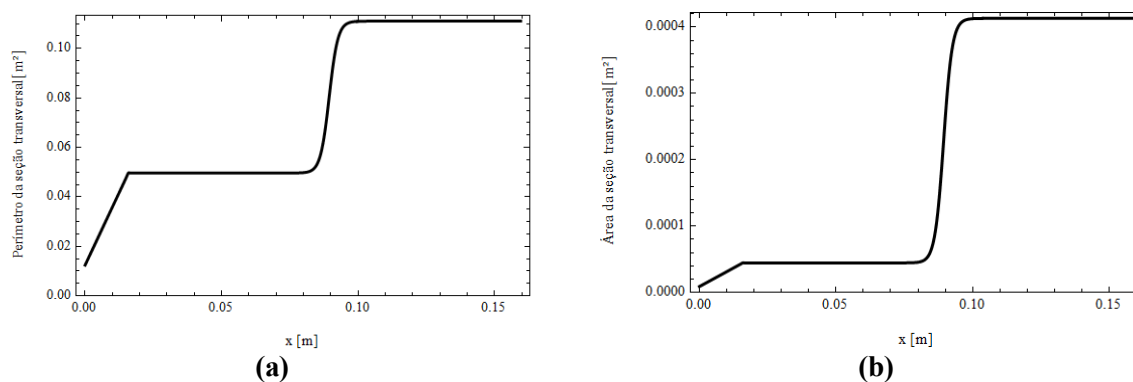


Figura 5.20 – Parâmetros geométricos modificados com redução de 50% no diâmetro da região de estagnação: (a) perímetro da seção transversal do Pitot; (b) área da seção transversal do Pitot

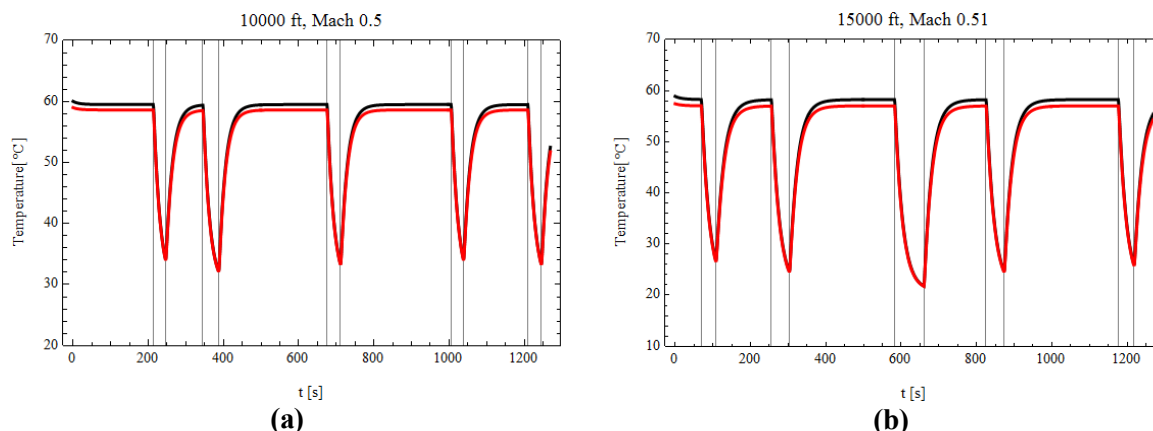


Figura 5.21 – Comportamento transiente da temperatura no ponto de estagnação obtida com a diminuição no raio dessa região, em preto, comparado àquele validado nos ensaios em voo, em vermelho: (a) voo a 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a 15000 pés e Mach 0.51

5.4.2. Densidade de Potência

Outra ideia válida para o aumento da temperatura no ponto de estagnação e consequente melhora na capacidade antigelo do Pitot é um resistor com resistência variável espacialmente. Isto pode ser facilmente conseguido mudando o passo do enrolamento do fio. O objetivo é concentrar a maior parte da potência dissipada via efeito Joule próxima à região de estagnação e, assim, otimizar o uso desta energia. As consequências benéficas desta modificação podem extrapolar a simples melhoria na distribuição de energia. Com a diminuição da potência necessária para se atingir determinada temperatura na região frontal do Pitot, é provável que seja possível diminuir, também, a espessura do isolamento elétrico cerâmico presente no sistema de proteção eletrotérmico. O efeito imediato disto é a diminuição do tempo de resposta do campo de temperaturas ao longo do Pitot a uma mudança no ambiente externo.

Para proceder com a análise do efeito térmico de se ter uma geração de calor por efeito Joule variável espacialmente, uma nova distribuição linear é proposta na qual o máximo se localiza na região do sistema de proteção eletrotérmico mais próxima do ponto de estagnação. No caso aqui desenvolvido empregou-se uma inclinação de 20% da potência total gerada ao longo do comprimento do resistor. A distribuição resultante em comparação com a utilizada até aqui é mostrada na Figura 5.22. Como a região próxima ao suporte é de pouca importância funcional para o Pitot, e também pela baixa eficiência de coleta de gotas presentes no ar atmosférico da maioria dos pontos ao longo do corpo do Pitot nesta região,

acredita-se ser bastante razoável a proposta de redução da geração de calor nessa região, em prol de uma maior concentração energética mais próxima ao ponto de estagnação.

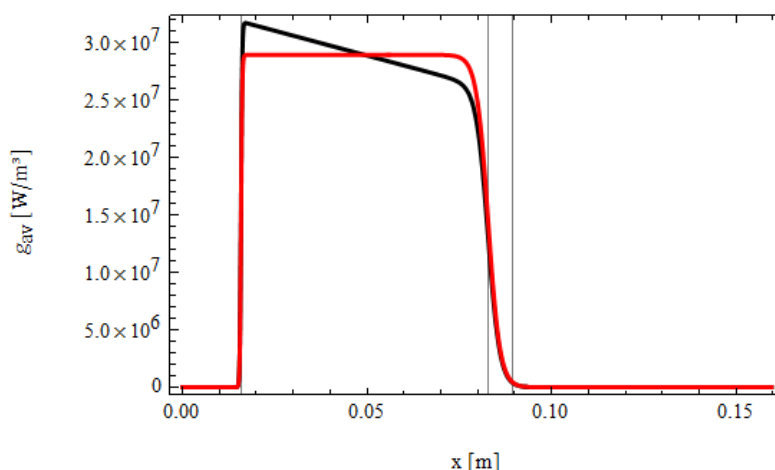


Figura 5.22 – Distribuição de geração de energia por efeito Joule ao longo da direção longitudinal do Pitot: distribuição de potência linear, em preto, distribuição uniforme, em vermelho

Finalmente, os efeitos da modificação proposta no perfil da densidade de potência dissipada no resistor do sistema de proteção eletrotérmico podem ser analisados criticamente. A Figura 5.23 mostra os resultados da temperatura no ponto de estagnação para ambas as situações de voo analisadas e validadas na seção 5.3. Para os dados de entrada do voo a uma altitude de 15000 pés e número de Mach de 0.51, a diferença observada no regime permanente é de 1.3 °C, o que corresponde a 2.3% de aumento de temperatura no caso da distribuição linear de potência. Com uma mudança aparentemente menos brusca que aquela feita na seção 5.4.1, conseguiu-se, aproximadamente, o mesmo efeito em termos de temperatura do ponto de estagnação. Portanto, é bastante provável que modificar o perfil da densidade de potência seja uma estratégia de melhoria da capacidade antigelo mais eficaz que a simples mudança de uma dimensão geométrica do ponto de estagnação. Além disso, a mudança na distribuição de geração de energia no resistor não possui o efeito negativo mencionado na seção 5.4.1 que ocorre ao se diminuir o diâmetro da tomada de pressão da sonda Pitot, o que tende a facilitar o bloqueio desta com consequente perda funcional. Outros perfis de densidade de potência podem ser testados e podem ser otimizados em forma paramétrica para oferecer uma distribuição ótima da geração de calor.

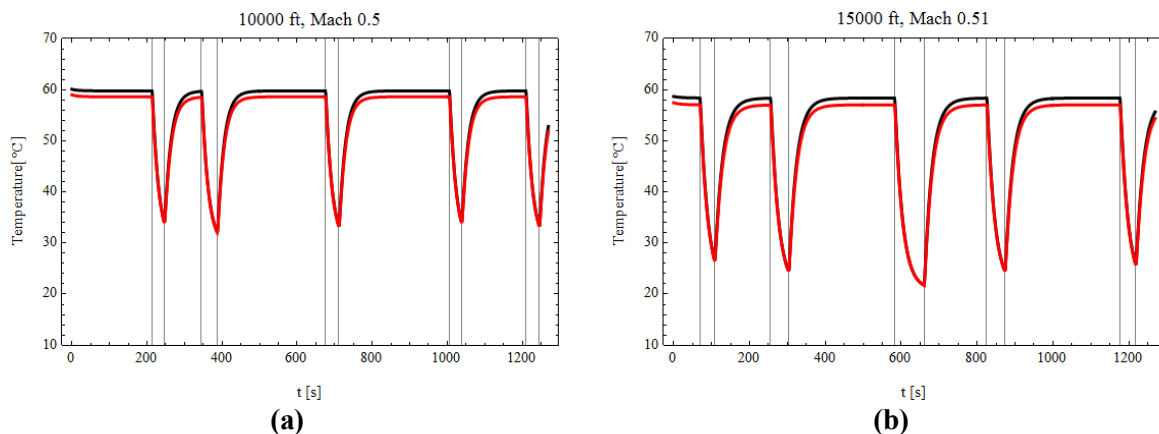


Figura 5.23 – Comparação entre a temperatura no ponto de estagnação obtida com a distribuição linear de potência, em preto, e com a distribuição uniforme de potência, em vermelho: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach 0.51

5.4.3. Geometria Cilíndrica da Sonda

Finalmente uma última modificação é proposta. Esta é de um caráter diferente, pois propõe duas modificações em sequência. É sugerido aqui avaliar-se a sonda totalmente cilíndrica ao invés da geometria cone-cilindro no Pitot usado para a validação do modelo. Além do efeito térmico, se forem mantidas as dimensões originais da parte cilíndrica do Pitot anteriormente analisado, ocorrerá um aumento no raio do ponto de estagnação e, conseqüentemente, uma maior abertura para a tomada de pressão da sonda, dificultando seu bloqueio total. Esta mudança permite, ainda, que o sistema de proteção eletrotérmico possa se estender até o ponto de estagnação aumentando a quantidade de energia que se concentra nessa região tendo como consequência o aumento da temperatura nesse ponto para uma mesma potência dissipada no resistor.

A partir da modificação proposta, a distribuição de parâmetros geométricos fica como mostrado na Figura 5.24 e a distribuição de potência do resistor fica conforme mostrado na Figura 5.25. É esperado que a temperatura no restante da sonda Pitot diminua, aumentando somente na região próxima ao ponto de estagnação, já que é para onde foi direcionada a extensão do sistema de proteção eletrotérmico. A princípio não há problema com esse efeito, visto que a eficiência de coleta, ou seja, a quantidade de gotas de água subresfriada em suspensão no ar atmosférico que efetivamente se choca e adere à superfície, é baixa na sonda, com exceção feita ao ponto de estagnação, não comprometendo, portanto, a capacidade anti-gelo do sensor.

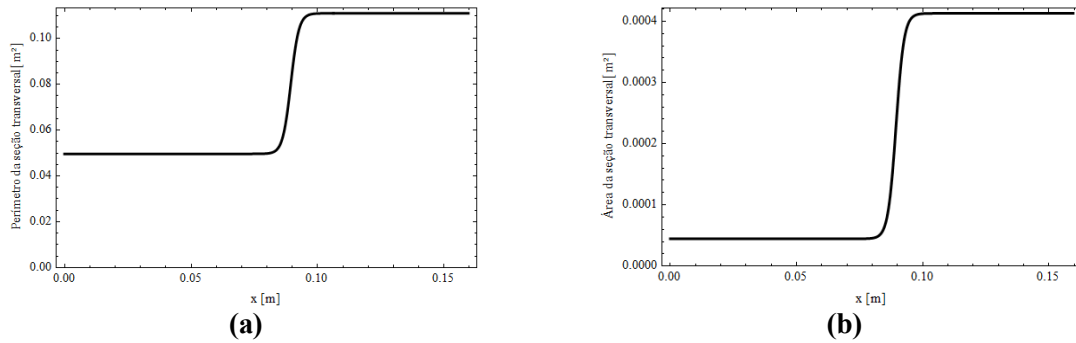


Figura 5.24 – Variação com a direção longitudinal dos parâmetros geométricos do Pitot com a sonda puramente cilíndrica: (a) perímetro da seção transversal; (b) área da seção transversal

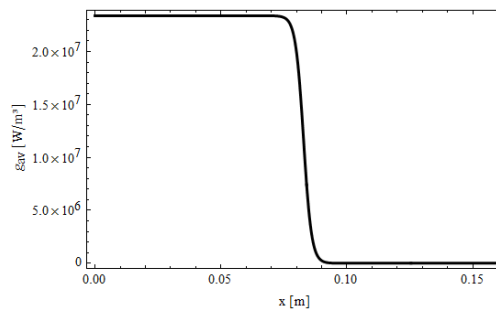


Figura 5.25 – Distribuição espacial de geração de energia térmica considerando a sonda totalmente cilíndrica

Os resultados obtidos a partir destas modificações são, de certa forma, impressionantes, conforme mostrado na Figura 5.26. O aumento de temperatura no ponto de estagnação é muito significativo em comparação aos obtidos através das outras mudanças propostas na presente seção. Para as condições de voo a uma altitude de 15000 pés utilizadas na validação do modelo, 15.1 °C de aumento de temperatura foram obtidos o que corresponde a uma variação percentual de 26%. Ao mesmo tempo, resultados como este são preocupantes, pois corroboram a ideia de que os fabricantes não fazem uma análise adequada do desempenho térmico dos sensores que produzem, visto que, até mesmo do ponto de vista da fabricação, a geometria totalmente cilíndrica é mais simples. Outro fato interessante é que o efeito no comportamento transiente da adição de mais isolamento elétrico devido à extensão do sistema de proteção eletrotérmico não gerou grandes discrepâncias no tempo de resposta térmica do Pitot a uma mudança no ambiente externo, por exemplo. Portanto, é possível afirmar que o tubo de Pitot com geometria completamente cilíndrica apresenta melhor desempenho térmico, em relação ao projeto atual do sensor. É válido realizar estudos sobre qual seria o efeito combinado da geometria

cilíndrica conjuntamente com a variação espacial do perfil de geração de energia térmica proposto na seção 5.4.2.

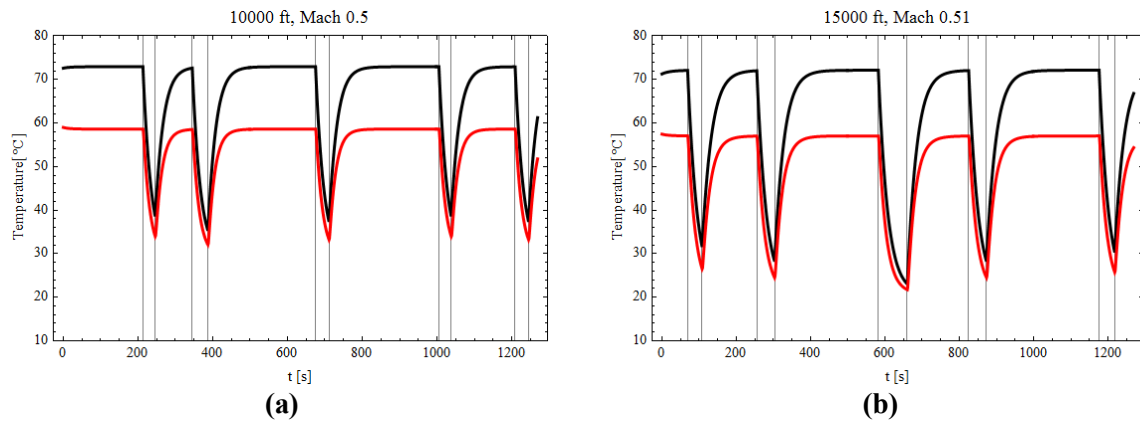


Figura 5.26 – Evolução temporal da temperatura no ponto de estagnação para uma sonda puramente cilíndrica, em preto, e para a geometria do Pitot usado na validação do model: (a) voo a uma altitude de 10000 pés e Mach 0.5; (b) voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51

Capítulo 6 - Conclusões

O presente trabalho propõe um modelo de transferência de calor conjugada para análise térmica de um tubo de Pitot aeronáutico. Acopla-se a equação de energia para condução ao longo do corpo do Pitot, com as equações de movimento e convecção para o escoamento de ar sobre a sonda. A equação de energia no sólido é reformulada para simplificar o termo de difusão radial, resultando em um modelo transiente unidimensional para a temperatura média na seção transversal do Pitot, aqui resolvido pela Técnica da Transformada Integral Generalizada. Esta equação é então acoplada às equações de movimento e de convecção no fluido, resolvidas a partir do método integral e da relação de Crocco-Busemann, definindo-se um processo iterativo baseado na distribuição longitudinal do coeficiente local de transferência de calor. Em conclusão, foi feito o desenvolvimento de um modelo relativamente simples que é capaz de prever com precisão satisfatória o comportamento térmico de tubos de Pitot aeronáuticos tanto em condições experimentais controladas em túnel de vento quanto em condições reais de voo sujeitas a variações bruscas das condições operacionais ao longo do tempo. Também se trata de um modelo de baixo custo computacional o que permite seu uso em conjunto com algoritmos de otimização visando minimizar a probabilidade de formação de gelo e consequente bloqueio da tomada de pressão do Pitot.

Alguns estudos paramétricos foram desenvolvidos com o intuito de analisar a sensibilidade do campo de temperaturas a mudanças tanto geométricas quanto de localização e distribuição de geração de calor por efeito Joule advindo do sistema de proteção eletrotérmico que equipa tubos de Pitot aeronáuticos. O primeiro estudo paramétrico, que consistia na diminuição do raio do ponto de estagnação, se mostrou pouco promissor. Ficou constatado que mudanças muito drásticas teriam que ser realizadas de forma a conseguir resultados significativos. Porém, diminuições muito grandes na área disponível para a tomada de pressão na sonda Pitot poderiam comprometer a confiabilidade do equipamento em condições de formação de gelo, visto que ficaria mais fácil o gelo bloquear a tomada de pressão. O segundo estudo tratou da mudança do perfil de distribuição da energia gerada no sistema de proteção eletrotérmico de forma a concentrar a geração mais próxima ao ponto de estagnação. No presente trabalho, uma distribuição

linear é proposta sendo que seu ponto máximo é aquele mais próximo da região de estagnação. Aumentos de temperatura no ponto de estagnação próximos aos conseguidos com a primeira estratégia foram obtidos, com mudanças bem menos drásticas e a expectativa é que, com perfis em que a concentração de potência seja ainda maior na parte frontal do sistema de proteção eletrotérmico, as vantagens ficarão ainda mais evidentes. Também é importante mencionar a possibilidade de redução da quantidade de isolamento elétrico a ser utilizado devido à diminuição da potência necessária para manter a temperatura no ponto de estagnação em níveis adequados, o que pode gerar uma melhora significativa na resposta temporal da sonda Pitot a mudanças nas condições externas a que esta está submetida. E por fim, mas não menos importante, foi proposta a geometria totalmente cilíndrica em conjunção com a extensão do resistor até a parte mais frontal do sensor. Esta foi, sem dúvida, a mudança mais eficaz do ponto de vista da melhora da capacidade antigelo do tubo de Pitot. A influência da extensão do isolamento elétrico da resistência do Pitot, consequente da mudança proposta, foi pequena e o tempo de resposta térmica do Pitot permaneceu quase inalterado, porém, é superior ao daquele correspondente ao projeto original.

Como sugestão para futuros trabalhos fica a possibilidade de se utilizar em conjunto a mudança no perfil de distribuição da energia térmica gerada no resistor com a geometria da sonda totalmente cilíndrica. O efeito conjunto das duas modificações poderia diminuir drasticamente a probabilidade de formação de gelo no ponto de estagnação e a consequente perda funcional do sensor. Além disso, uma diminuição da potência advinda da aplicação conjunta poderia diminuir a necessidade de isolamento elétrico, melhorando a resposta transiente do campo de temperaturas em face de mudanças bruscas nas condições ambientais ou operacionais. O presente estudo deve agora evoluir para a incorporação de modelos de formação de gelo para que se possa analisar situações extremas, em que o sistema anti-gelo não consiga evitar o início da formação de gelo, mas que ainda seja possível analisar a resposta temporal do sistema de proteção térmica sob essas condições transitórias, permitindo analisar-se o comportamento da sonda em situações críticas de homologação. Em paralelo, o projeto e construção na COPPE/UFRJ do primeiro túnel de formação de gelo da América Latina, permitirá a validação desse novo modelo estendido para sondas Pitot e outros sensores aeronáuticos.

Capítulo 7 - Referências Bibliográficas

- CALISKAN, F., AYKAN, R., HAJIYEV, C., 2008, Aircraft Icing Detection, Identification, and Reconfigurable Control Based on Kalman Filtering and Neural Networks, *J. of Aerospace Engineering*, v. 21, no. 2, pp.51-60.
- CEBECI, T., 1970, Behavior of Turbulent Flow Near a Porous Wall With Pressure Gradient, *AIAA J.*, 8.
- CEBECI, T., 1971, Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layers With Heat and Mass Transfer, *AIAA J.*, 9.
- CEBECI, T., COUSTEIX, J., 2005, Modeling and Computation of Boundary Layer Flows, 2nd edition, Springer.
- CHIDA, K., 2000, Surface Temperature of a Flat Plate of Finite Thickness under Conjugate Laminar Forced Convection Heat Transfer Condition, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, pp.639-642.
- COLE, K.D., 1997, Conjugate Heat Transfer from a Small Heated Strip, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 40, no. 11, pp.2709-2719.
- COTTA, R.M., 1990, Hybrid numerical-analytical approach to nonlinear diffusion problems, *Num. Heat Transfer, Part B*, vol. 127, pp.217-226.
- COTTA, R.M., 1993, *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*, CRC Press.
- COTTA, R.M., 1994, Benchmark results in computational heat and fluid flow: the integral transform method, *Int. J. Heat & Mass Transfer (Invited paper)*, v.37, Suppl. 1, pp. 381-394.
- COTTA, R.M., MIKHAILOV, M.D., 1997, *Heat Conduction: Lumped Analysis, Integral Transforms, Symbolic Computation*, Wiley-Interscience, Chichester, UK.
- COTTA, R.M., 1998, *The Integral Transform Method in Thermal and Fluids Sciences and Engineering*, Begell House, New York.
- COTTA, R.M., MIKHAILOV, M.D., 2006, Hybrid methods and symbolic computations, in: *Handbook of Numerical Heat Transfer*, 2nd edition, Chapter 16, Eds. W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow, and J.Y. Murthy, John Wiley, New York.

- DEJARNETTE, F.R., DAVIS, R.M., 1968, "A Simplified Method for Calculating Laminar Heat Transfer over Bodies at an Angle of Attack", *NASA TN D-4720*.
- GENT, R. W., DART, N. P., CANSDALE, J. T., 2000, Aircraft Icing, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, v. 358, pp.2873-2911.
- HEINRICH, A., ROSS, R., ZUMWALT, G., PROVORSE, J., PADMANABHAN, V., THOMPSON, J., RILEY, J., 1991, Aircraft Icing Handbook, vol. 2., chapter III, FAA Technical Center.
- JILANI, G., JAYARAJ, S., AHMAD, M.A., 2002, Conjugate Forced Convection-Conduction Heat Transfer Analysis of a Heat Generating Vertical Cylinder, *Heat and Mass Transfer*, v.45, pp. 331-341.
- KAYS, W.M., CRAWFORD, M.E., 1980, Convective Heat and Mass Transfer, 2nd edition, McGraw Hill, New York.
- KARVINEN, R., 1981, Natural and Forced Convection Heat Transfer from a Plate Fin, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v.24, no.5, pp. 881-885.
- LACHI, M., POLIDORI, G., CHITOU, N., PADET, J., 1997, Theoretical Modelisation in Transient Convective Heat Transfer for a Laminar Boundary Layer Flow, *Int. Center Heat Mass Transfer*, Begell House, Inc., New York, pp. 27-36.
- LISBOA, K.M., SOUZA, J.R.B., COTTA, R.M., NAVEIRA-COTTA, C.P., 2012, Transient Conjugated Heat Transfer in External Compressible Laminar Flow over Plates with Internal Heat Generation, Proc. of the 7th CONEM - Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luis, MA, Brazil.
- LUIKOV, A.V., ALEKSASHENKO, V.A., and ALEKSASHENKO, A.A., 1971, Analytical Methods of Solution of Conjugated Problems in Convective Heat Transfer, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 1047-1056.
- LUIKOV, A.V., 1974, Conjugate Convective Heat Transfer Problems, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 17, no.2, pp. 257-265.
- MAYALL, M.C.M., 2003, Análise de Aquecimento Aerodinâmico em Micro-Satélite Durante Reentrada Atmosférica, COPPE-UFRJ.
- MIKHAILOV, M. D., OZISIK, M. N., 1984, Unified Analysis and Solution of Heat and Mass Diffusion, John Wiley.

- NAVEIRA, C.P., 2006, Soluções Híbridas para Problemas Conjugados Condução-Convecção Externa Transiente, COPPE-UFRJ.
- OSIZIK, M.N., 1985, Heat Transfer: A Basic Approach, McGraw-Hill, New York.
- OZISIK, M.N., 1993, Heat Conduction, 2nd edition, John Wiley and Sons, New York, NY, EUA.
- PERELMAN, Y.L., 1961, On Conjugate Problems of Heat Transfer, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 3, pp.293-303.
- RESHOTKO, E., COHEN, C.B., 1955 Heat Transfer at the Forward Point of Blunt Bodies, NACA TN 3513.
- SCHLICHTING, H., 1979, Boundary Layer Theory, 7th edition, McGraw-Hill, New York.
- SCHLICHTING, H., TRUCKENBRODT, E., 1979, Aerodynamics of the Airplane, 1st edition, McGraw-Hill, New York.
- SOUZA, J.B.R., ZOTIN, J.L.Z., LOUREIRO, J.B.R., NAVEIRA-COTTA, C.P., SILVA FREIRE, A.P., COTTA, R.M., 2011, Conjugated Heat Transfer Analysis of Heated Pitot Tubes: Wind Tunnel Experiments, Infrared Thermography and Lumped-Differential Modeling, 21st COBEM- Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 2011, Natal, Brazil.
- SOUZA, J.B.R., LISBOA, K.M., CERQUEIRA, I.G., NAVEIRA-COTTA, C.P., COTTA, R.M., ZOTIN, J.L.Z., 2012, Conjugated Heat Transfer Models for Heated Aeronautical Pitot Tubes: Experimental Validation with A-4 Skyhawk Flight Tests, 14th ENCIT – Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, 2012, Rio de Janeiro, Brazil.
- SUNDEN, B., 1989, Analysis of Conjugated Laminar and Turbulent Forced Convection-Conduction Heat Transfer of a Plate Fin, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v. 16, no 6, pp. 821-831.
- TAUBER, M.E., SUTTON, K., 1991, Stagnation-Point Heating Relations for Earth and Mars Entries, *Journal of Spacecraft*, Vol. 28, No. 1.
- TONG, Z.M., HU, Y.H., 2009, Convective Heat Transfer and Flow Resistance Characteristics of Various Types of Elliptical Tubes, *Proc. of the Int. Conf. on Energy and Environment Technology*, IEEE.

- VAN DRIEST, E. R., 1952, Investigation of Laminar Boundary Layer in Compressible Fluids Using the Crocco Method, *NACA TN 2597*.
- VYNNYCKY, M., KIMURA, S., KANEV, K., POP, I., 1998, Forced Convection Heat Transfer from a Flat Plate: The Conjugate Problem, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, v.41, pp. 45-59.
- WHITE, F.M., CHRISTOPH, G.H., 1972, A Simple Theory for the Two-Dimensional Compressible Turbulent Boundary Layer, *ASME Trans. J. Basic Eng.*, vol. 94, Ser. D, pp. 636-642.
- WHITE, F. M., 1992, *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill.
- WOLFRAM, S., 2005, *The Mathematica Book*, Cambridge-Wolfram Media.

Apêndice A - Tabelas de Convergência da GITT

As tabelas a seguir ilustram a convergência da solução do campo de temperaturas no sólido para diferentes instantes de tempo e posições ao longo da direção X, a partir da variação dos valores da temperatura adimensional com a ordem de truncamento N. Pode-se observar que uma convergência pelo menos na segunda casa decimal é obtida na grande maioria dos pontos analisados.

Tabela 7.1 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento incompressível em túnel de vento negligenciando a porcelana

t = 400 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.53557	-3.80997	-4.09741	-4.00521	-3.51837	-2.62903	-1.58062	-1.28415	-1.07446	-0.951892	-0.909179
N=20	-3.5112	-3.82225	-4.09206	-4.00353	-3.52414	-2.62379	-1.58507	-1.28068	-1.07502	-0.953801	-0.90633
N=30	-3.5128	-3.82196	-4.09015	-4.00221	-3.52454	-2.62472	-1.58501	-1.28064	-1.07507	-0.953873	-0.906395
N=40	-3.50893	-3.82188	-4.09087	-4.00265	-3.52482	-2.62516	-1.58511	-1.28062	-1.07504	-0.953793	-0.906339
N=50	-3.50814	-3.82179	-4.09085	-4.00261	-3.52489	-2.62511	-1.58511	-1.28062	-1.07504	-0.953792	-0.90634
t = 800 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.54323	-3.81815	-4.10648	-4.01523	-3.52937	-2.64105	-1.59357	-1.29748	-1.08801	-0.965499	-0.922695
N=20	-3.51882	-3.83046	-4.10113	-4.01355	-3.53515	-2.63581	-1.59803	-1.29401	-1.08856	-0.96741	-0.919843
N=30	-3.52041	-3.83017	-4.09922	-4.01223	-3.53556	-2.63674	-1.59797	-1.29397	-1.08861	-0.967482	-0.919908
N=40	-3.51654	-3.83008	-4.09993	-4.01267	-3.53583	-2.63718	-1.59807	-1.29395	-1.08859	-0.967401	-0.919851
N=50	-3.51575	-3.82999	-4.09992	-4.01263	-3.5359	-2.63712	-1.59806	-1.29394	-1.08859	-0.9674	-0.919852
t = 1200 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.5433	-3.81823	-4.10656	-4.01533	-3.52947	-2.64117	-1.59369	-1.2976	-1.08814	-0.965626	-0.922822
N=20	-3.51889	-3.83053	-4.10121	-4.01364	-3.53526	-2.63592	-1.59815	-1.29414	-1.08869	-0.967537	-0.919969
N=30	-3.52049	-3.83024	-4.0993	-4.01232	-3.53566	-2.63685	-1.59809	-1.29409	-1.08874	-0.967609	-0.920035
N=40	-3.51661	-3.83016	-4.10002	-4.01277	-3.53594	-2.63729	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.967529	-0.919978
N=50	-3.51582	-3.83007	-4.1	-4.01272	-3.53601	-2.63724	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.967528	-0.919979
t = 1600 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.5433	-3.81823	-4.10657	-4.01533	-3.52948	-2.64117	-1.59369	-1.29761	-1.08814	-0.965627	-0.922823
N=20	-3.51889	-3.83053	-4.10121	-4.01365	-3.53526	-2.63592	-1.59815	-1.29414	-1.08869	-0.967538	-0.91997
N=30	-3.52049	-3.83024	-4.0993	-4.01232	-3.53566	-2.63685	-1.59809	-1.29409	-1.08874	-0.96761	-0.920036
N=40	-3.51661	-3.83016	-4.10002	-4.01277	-3.53594	-2.63729	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.96753	-0.919979
N=50	-3.51582	-3.83007	-4.1	-4.01272	-3.53601	-2.63724	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.967529	-0.91998
t = 2000 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.5433	-3.81823	-4.10657	-4.01533	-3.52948	-2.64117	-1.59369	-1.29761	-1.08814	-0.965627	-0.922823
N=20	-3.51889	-3.83053	-4.10121	-4.01365	-3.53526	-2.63592	-1.59815	-1.29414	-1.08869	-0.967538	-0.91997
N=30	-3.52049	-3.83024	-4.0993	-4.01232	-3.53566	-2.63685	-1.59809	-1.29409	-1.08874	-0.96761	-0.920036
N=40	-3.51661	-3.83016	-4.10002	-4.01277	-3.53594	-2.63729	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.96753	-0.919979
N=50	-3.51582	-3.83007	-4.1	-4.01272	-3.53601	-2.63724	-1.59819	-1.29407	-1.08872	-0.967529	-0.91998

Tabela 7.2 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento incompressível em túnel de vento levando em consideração a porcelana

t = 400 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.56897	-3.77462	-4.07683	-3.95347	-3.50653	-2.5797	-1.56267	-1.25413	-1.05341	-0.929053	-0.885569
N=20	-3.4819	-3.79181	-4.05758	-3.969	-3.49242	-2.59561	-1.55929	-1.25618	-1.05153	-0.930913	-0.883802
N=30	-3.48473	-3.79148	-4.05792	-3.96889	-3.49225	-2.59581	-1.55956	-1.25622	-1.05152	-0.930878	-0.883765
N=40	-3.48372	-3.79088	-4.05746	-3.96875	-3.49217	-2.59571	-1.55957	-1.25625	-1.05154	-0.930923	-0.883804
N=50	-3.47976	-3.79113	-4.05785	-3.96888	-3.49231	-2.5957	-1.55958	-1.25621	-1.05153	-0.930866	-0.883778

t = 800 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.60552	-3.81314	-4.11886	-3.99688	-3.54991	-2.62052	-1.60052	-1.29115	-1.08975	-0.964758	-0.920788
N=20	-3.51776	-3.83047	-4.09946	-4.01254	-3.53569	-2.63654	-1.59713	-1.29321	-1.08785	-0.966629	-0.919011
N=30	-3.52058	-3.83014	-4.0998	-4.01242	-3.53552	-2.63675	-1.5974	-1.29325	-1.08784	-0.966593	-0.918973
N=40	-3.51956	-3.82954	-4.09934	-4.01229	-3.53543	-2.63665	-1.59741	-1.29328	-1.08787	-0.966638	-0.919013
N=50	-3.51557	-3.82979	-4.09972	-4.01241	-3.53558	-2.63664	-1.59742	-1.29324	-1.08785	-0.966581	-0.918986

t = 1200 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.60625	-3.81391	-4.1197	-3.99775	-3.55077	-2.62133	-1.60128	-1.29189	-1.09047	-0.965473	-0.921494
N=20	-3.51847	-3.83125	-4.1003	-4.01341	-3.53655	-2.63736	-1.59788	-1.29395	-1.08858	-0.967344	-0.919717
N=30	-3.52129	-3.83091	-4.10063	-4.01329	-3.53638	-2.63757	-1.59816	-1.29399	-1.08857	-0.967309	-0.919679
N=40	-3.52028	-3.83031	-4.10017	-4.01315	-3.5363	-2.63747	-1.59817	-1.29402	-1.08859	-0.967354	-0.919719
N=50	-3.51628	-3.83056	-4.10056	-4.01328	-3.53644	-2.63746	-1.59818	-1.29398	-1.08858	-0.967297	-0.919692

t = 1600 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.60626	-3.81393	-4.11972	-3.99776	-3.55079	-2.62135	-1.6013	-1.29191	-1.09049	-0.965487	-0.921509
N=20	-3.51849	-3.83126	-4.10031	-4.01342	-3.53657	-2.63738	-1.5979	-1.29397	-1.08859	-0.967359	-0.919731
N=30	-3.52131	-3.83093	-4.10065	-4.01331	-3.5364	-2.63759	-1.59818	-1.294	-1.08858	-0.967324	-0.919693
N=40	-3.52029	-3.83033	-4.10019	-4.01317	-3.53631	-2.63749	-1.59819	-1.29404	-1.08861	-0.967369	-0.919733
N=50	-3.5163	-3.83058	-4.10058	-4.0133	-3.53646	-2.63747	-1.5982	-1.294	-1.08859	-0.967311	-0.919706

t = 2000 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-3.60626	-3.81393	-4.11972	-3.99776	-3.55079	-2.62135	-1.6013	-1.29191	-1.09049	-0.965488	-0.921509
N=20	-3.51849	-3.83126	-4.10031	-4.01342	-3.53657	-2.63738	-1.5979	-1.29397	-1.08859	-0.967359	-0.919731
N=30	-3.52131	-3.83093	-4.10065	-4.01331	-3.5364	-2.63759	-1.59818	-1.294	-1.08858	-0.967324	-0.919693
N=40	-3.52029	-3.83033	-4.10019	-4.01317	-3.53631	-2.63749	-1.59819	-1.29404	-1.08861	-0.967369	-0.919733
N=50	-3.5163	-3.83058	-4.10058	-4.0133	-3.53646	-2.63747	-1.5982	-1.294	-1.08859	-0.967312	-0.919706

Tabela 7.3 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5 negligenciando a porcelana

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.0875681	-0.091897	-0.0939452	-0.0951051	-0.0969126	-0.104953	-0.118847	-0.11419	-0.0966127	-0.0796566	-0.071731
N=20	-0.0848705	-0.0932926	-0.0934157	-0.0948153	-0.0976088	-0.104313	-0.119335	-0.114029	-0.0965799	-0.0797699	-0.071599
N=30	-0.0848218	-0.0932856	-0.09341	-0.0947662	-0.097592	-0.104392	-0.119324	-0.114013	-0.0966019	-0.0797769	-0.0715845
N=40	-0.0846709	-0.0932833	-0.0934439	-0.0947843	-0.0975959	-0.104392	-0.119321	-0.114011	-0.0965997	-0.0797732	-0.0715815
N=50	-0.0845949	-0.0932767	-0.0934461	-0.094782	-0.0975991	-0.104387	-0.119321	-0.114011	-0.0965997	-0.0797732	-0.0715815

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.03004	-1.23019	-1.45155	-1.47174	-1.3055	-0.881748	-0.318149	-0.20083	-0.124291	-0.085191	-0.0768062
N=20	-0.993171	-1.24982	-1.44118	-1.47239	-1.31128	-0.875186	-0.323576	-0.197299	-0.124706	-0.0872378	-0.0738448
N=30	-0.998852	-1.25095	-1.43874	-1.47018	-1.31178	-0.876841	-0.323402	-0.197228	-0.124779	-0.0873211	-0.0739096
N=40	-0.994394	-1.25071	-1.43974	-1.47064	-1.31208	-0.877344	-0.323506	-0.197218	-0.124747	-0.0872364	-0.073838
N=50	-0.99407	-1.25052	-1.43969	-1.47062	-1.31212	-0.877333	-0.323511	-0.197213	-0.124752	-0.0872316	-0.0738428

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.02468	-1.22436	-1.44456	-1.46244	-1.2927	-0.862898	-0.291133	-0.171016	-0.0943259	-0.056331	-0.0490929
N=20	-0.988051	-1.24388	-1.43419	-1.46317	-1.29836	-0.856424	-0.296462	-0.167517	-0.094747	-0.0583566	-0.0461562
N=30	-0.993736	-1.24502	-1.43175	-1.46097	-1.29886	-0.858062	-0.296289	-0.167449	-0.0948156	-0.0584389	-0.0462239
N=40	-0.989286	-1.24477	-1.43275	-1.46143	-1.29916	-0.858566	-0.296394	-0.16744	-0.0947837	-0.0583547	-0.0461526
N=50	-0.988967	-1.24458	-1.43271	-1.46141	-1.2992	-0.858555	-0.296399	-0.167434	-0.0947888	-0.0583498	-0.0461574

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.649451	-0.68637	-0.696105	-0.660883	-0.569109	-0.426184	-0.272381	-0.19366	-0.126828	-0.0891772	-0.0767601
N=20	-0.63167	-0.69611	-0.691306	-0.660743	-0.572099	-0.422926	-0.273903	-0.193181	-0.1267	-0.0895677	-0.0763073
N=30	-0.631373	-0.696043	-0.691267	-0.660467	-0.571879	-0.42312	-0.273838	-0.193127	-0.126783	-0.0896006	-0.0762629
N=40	-0.630219	-0.696014	-0.691511	-0.660616	-0.571934	-0.42317	-0.273845	-0.193119	-0.126773	-0.0895776	-0.0762452
N=50	-0.629657	-0.695963	-0.69153	-0.660597	-0.571959	-0.423132	-0.273845	-0.193118	-0.126774	-0.0895772	-0.0762457

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.00106	-1.19952	-1.41895	-1.4361	-1.26528	-0.832536	-0.256409	-0.138768	-0.0693979	-0.0384508	-0.0342511
N=20	-0.965169	-1.21866	-1.40872	-1.43691	-1.27075	-0.826243	-0.261597	-0.135316	-0.0698284	-0.0404437	-0.0313524
N=30	-0.970867	-1.2198	-1.40629	-1.43473	-1.27124	-0.827858	-0.261428	-0.135252	-0.0698907	-0.040524	-0.0314243
N=40	-0.966458	-1.21955	-1.40728	-1.43518	-1.27155	-0.828361	-0.261533	-0.135243	-0.0698595	-0.0404408	-0.0313539
N=50	-0.966123	-1.21937	-1.40723	-1.43516	-1.27159	-0.828352	-0.261538	-0.135238	-0.0698646	-0.0404359	-0.0313587

Tabela 7.4 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5 levando em consideração a porcelana

t = 260 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.432904	-0.481341	-0.539004	-0.524181	-0.459706	-0.31754	-0.188151	-0.146427	-0.109383	-0.0839686	-0.0738815
N=20	-0.408022	-0.48732	-0.533417	-0.528093	-0.456388	-0.320178	-0.188272	-0.146488	-0.109344	-0.0842053	-0.073791
N=30	-0.408357	-0.487324	-0.533519	-0.528099	-0.45637	-0.320415	-0.188356	-0.146411	-0.109279	-0.0841182	-0.0737195
N=40	-0.407939	-0.487083	-0.533444	-0.528046	-0.456365	-0.320391	-0.188328	-0.146432	-0.109275	-0.0841354	-0.0737205
N=50	-0.40683	-0.487156	-0.533535	-0.528077	-0.456402	-0.32038	-0.188328	-0.146424	-0.109272	-0.0841231	-0.0737152

t = 520 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.07731	-1.22993	-1.45492	-1.45268	-1.32146	-0.860095	-0.322104	-0.193735	-0.123201	-0.0839124	-0.0725053
N=20	-0.990539	-1.24829	-1.43559	-1.46682	-1.30838	-0.873431	-0.320586	-0.194697	-0.122396	-0.0850128	-0.0716857
N=30	-0.995555	-1.24759	-1.43617	-1.46688	-1.30836	-0.874279	-0.320882	-0.194606	-0.122265	-0.0848821	-0.0715252
N=40	-0.994673	-1.24707	-1.43574	-1.46674	-1.30835	-0.874209	-0.320821	-0.194639	-0.122293	-0.0849047	-0.0715721
N=50	-0.991385	-1.24728	-1.43609	-1.46685	-1.30847	-0.874171	-0.320829	-0.19461	-0.122281	-0.0848586	-0.0715509

t = 779 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.97521	-1.11644	-1.32794	-1.3288	-1.21077	-0.779055	-0.266833	-0.146575	-0.0844482	-0.0515421	-0.0430974
N=20	-0.894302	-1.13338	-1.30993	-1.34201	-1.19849	-0.791758	-0.265254	-0.147551	-0.0836293	-0.0526047	-0.0422787
N=30	-0.899233	-1.13268	-1.31048	-1.34207	-1.19847	-0.792539	-0.265524	-0.14748	-0.083514	-0.0524965	-0.0421364
N=40	-0.898451	-1.13222	-1.31008	-1.34194	-1.19846	-0.792477	-0.265471	-0.147507	-0.0835431	-0.0525147	-0.0421835
N=50	-0.895424	-1.13242	-1.3104	-1.34204	-1.19857	-0.792442	-0.265479	-0.14748	-0.0835321	-0.0524713	-0.0421636

t = 1039 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.891184	-0.994993	-1.13356	-1.13018	-0.99711	-0.648107	-0.2994	-0.19603	-0.127303	-0.0891405	-0.0766817
N=20	-0.839986	-1.00725	-1.12208	-1.13814	-0.990389	-0.653375	-0.299458	-0.196356	-0.127061	-0.0897544	-0.0763575
N=30	-0.840654	-1.00727	-1.12232	-1.13817	-0.990374	-0.653805	-0.299579	-0.196201	-0.12693	-0.0895875	-0.0762155
N=40	-0.839801	-1.00678	-1.12216	-1.13806	-0.990357	-0.653775	-0.299528	-0.196239	-0.126927	-0.0896196	-0.0762224
N=50	-0.837517	-1.00693	-1.12235	-1.13813	-0.99043	-0.653753	-0.299529	-0.196222	-0.12692	-0.0895933	-0.0762109

t = 1299 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.832542	-0.957988	-1.15149	-1.15946	-1.06563	-0.683807	-0.21774	-0.113312	-0.064816	-0.0411003	-0.0357851
N=20	-0.759847	-0.972964	-1.13532	-1.17139	-1.05442	-0.69565	-0.216162	-0.114232	-0.0640398	-0.0420627	-0.0350216
N=30	-0.764676	-0.972262	-1.13584	-1.17145	-1.05441	-0.696367	-0.216412	-0.114185	-0.0639446	-0.0419807	-0.0349011
N=40	-0.76403	-0.971879	-1.13546	-1.17134	-1.0544	-0.69631	-0.216367	-0.114206	-0.0639744	-0.0419936	-0.0349473
N=50	-0.761369	-0.972052	-1.13575	-1.17143	-1.0545	-0.696279	-0.216375	-0.114181	-0.0639644	-0.0419544	-0.0349292

Tabela 7.5 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51 negligenciando a porcelana

t = 260 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.79269	-2.10567	-2.42575	-2.40266	-2.11722	-1.47377	-0.599156	-0.386275	-0.249172	-0.177568	-0.159658
N=20	-1.73379	-2.13707	-2.40833	-2.40404	-2.12821	-1.45956	-0.605811	-0.381328	-0.249989	-0.180502	-0.155234
N=30	-1.74114	-2.1373	-2.40302	-2.40039	-2.12925	-1.46137	-0.605728	-0.381399	-0.249886	-0.180605	-0.155562
N=40	-1.7351	-2.13666	-2.40417	-2.40134	-2.12299	-1.46227	-0.605921	-0.381379	-0.24983	-0.180455	-0.155438
N=50	-1.73427	-2.13659	-2.4042	-2.40126	-2.12999	-1.46223	-0.605924	-0.381375	-0.249834	-0.180451	-0.155442

t = 520 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.79314	-2.10617	-2.42639	-2.40356	-2.11855	-1.47581	-0.602036	-0.389454	-0.252536	-0.180998	-0.163034
N=20	-1.73422	-2.13759	-2.40897	-2.40494	-2.12954	-1.46158	-0.608694	-0.384508	-0.253353	-0.183932	-0.15861
N=30	-1.74157	-2.13781	-2.40366	-2.40129	-2.13058	-1.46339	-0.60861	-0.384579	-0.25325	-0.184035	-0.158938
N=40	-1.73553	-2.13717	-2.40481	-2.40223	-2.13123	-1.46429	-0.608804	-0.384559	-0.253194	-0.183885	-0.158814
N=50	-1.7347	-2.1371	-2.40484	-2.40215	-2.13133	-1.46425	-0.608806	-0.384555	-0.253199	-0.183881	-0.158818

t = 779 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.79115	-2.10395	-2.42355	-2.39957	-2.1127	-1.46686	-0.589377	-0.375499	-0.237799	-0.166003	-0.148283
N=20	-1.73232	-2.13532	-2.40615	-2.40097	-2.12365	-1.45269	-0.596023	-0.370553	-0.238618	-0.168935	-0.14386
N=30	-1.73967	-2.13555	-2.40083	-2.39733	-2.1247	-1.4545	-0.595941	-0.370624	-0.238515	-0.169038	-0.144188
N=40	-1.73363	-2.13491	-2.40198	-2.39827	-2.12534	-1.4554	-0.596134	-0.370604	-0.238459	-0.168888	-0.144065
N=50	-1.73281	-2.13484	-2.40201	-2.39819	-2.12544	-1.45535	-0.596136	-0.3706	-0.238463	-0.168884	-0.144068

t = 1039 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.79287	-2.10587	-2.426	-2.40301	-2.11774	-1.47458	-0.600294	-0.38753	-0.2505	-0.178921	-0.16099
N=20	-1.73396	-2.13728	-2.40859	-2.40439	-2.12874	-1.46036	-0.606949	-0.382584	-0.251317	-0.181855	-0.156566
N=30	-1.74131	-2.1375	-2.40327	-2.40075	-2.12977	-1.46217	-0.606866	-0.382654	-0.251214	-0.181958	-0.156894
N=40	-1.73527	-2.13687	-2.40442	-2.40169	-2.13042	-1.46307	-0.60706	-0.382635	-0.251158	-0.181808	-0.15677
N=50	-1.73444	-2.1368	-2.40445	-2.40161	-2.13052	-1.46303	-0.607062	-0.38263	-0.251162	-0.181804	-0.156774

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.78431	-2.09639	-2.41443	-2.38766	-2.09624	-1.4428	-0.556461	-0.340489	-0.202591	-0.131657	-0.115056
N=20	-1.72572	-2.12764	-2.39707	-2.38911	-2.10707	-1.42878	-0.563075	-0.335545	-0.203415	-0.134584	-0.110639
N=30	-1.73309	-2.12788	-2.39176	-2.38547	-2.10812	-1.43059	-0.562996	-0.335615	-0.203311	-0.134686	-0.110967
N=40	-1.72706	-2.12724	-2.3929	-2.38641	-2.10877	-1.43149	-0.563189	-0.335595	-0.203255	-0.134537	-0.110843
N=50	-1.72624	-2.12717	-2.39293	-2.38633	-2.10886	-1.43144	-0.563191	-0.335591	-0.20326	-0.134533	-0.110847

Tabela 7.6 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51 levando em consideração a porcelana

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.86686	-2.10667	-2.43027	-2.37135	-2.14498	-1.43497	-0.605631	-0.373556	-0.248725	-0.173576	-0.154496
N=20	-1.72947	-2.13281	-2.39777	-2.39492	-2.12368	-1.45597	-0.601022	-0.376944	-0.245678	-0.176548	-0.151639
N=30	-1.73593	-2.13147	-2.39833	-2.3952	-2.12391	-1.4568	-0.601184	-0.376964	-0.245622	-0.176548	-0.151564
N=40	-1.7349	-2.13087	-2.39775	-2.395	-2.12384	-1.45684	-0.601154	-0.376971	-0.245695	-0.176569	-0.151658
N=50	-1.72975	-2.13121	-2.39828	-2.39515	-2.124	-1.4568	-0.601188	-0.376922	-0.245675	-0.176491	-0.151622

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.87179	-2.11215	-2.43651	-2.37791	-2.15189	-1.44185	-0.612631	-0.380546	-0.255616	-0.180288	-0.16101
N=20	-1.73414	-2.13834	-2.40395	-2.40152	-2.13055	-1.46288	-0.608021	-0.383938	-0.252565	-0.183265	-0.158148
N=30	-1.74059	-2.137	-2.40451	-2.4018	-2.13078	-1.46371	-0.608183	-0.383958	-0.252508	-0.183264	-0.158073
N=40	-1.73956	-2.1364	-2.40392	-2.4016	-2.1307	-1.46375	-0.608152	-0.383965	-0.252581	-0.183285	-0.158167
N=50	-1.7344	-2.13674	-2.40446	-2.40175	-2.13087	-1.46371	-0.608186	-0.383915	-0.252561	-0.183207	-0.158131

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.84618	-2.08377	-2.40454	-2.34526	-2.11892	-1.41109	-0.583015	-0.351732	-0.22783	-0.153666	-0.135308
N=20	-1.70991	-2.10966	-2.37233	-2.36863	-2.09779	-1.43179	-0.578416	-0.355097	-0.224801	-0.156615	-0.13247
N=30	-1.71636	-2.10833	-2.37288	-2.36891	-2.09801	-1.43261	-0.57858	-0.35512	-0.224747	-0.156616	-0.132397
N=40	-1.71534	-2.10774	-2.3723	-2.36871	-2.09794	-1.43265	-0.57855	-0.355127	-0.224819	-0.156637	-0.132491
N=50	-1.71024	-2.10807	-2.37283	-2.36887	-2.0981	-1.43261	-0.578584	-0.355078	-0.2248	-0.15656	-0.132455

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.86902	-2.10906	-2.43297	-2.37413	-2.14782	-1.43768	-0.608269	-0.376142	-0.251236	-0.175994	-0.156833
N=20	-1.73151	-2.13522	-2.40044	-2.39772	-2.12651	-1.45869	-0.603659	-0.379532	-0.248187	-0.178968	-0.153974
N=30	-1.73797	-2.13388	-2.40101	-2.398	-2.12673	-1.45952	-0.603821	-0.379552	-0.24813	-0.178967	-0.153899
N=40	-1.73694	-2.13328	-2.40042	-2.3978	-2.12666	-1.45956	-0.60379	-0.379559	-0.248203	-0.178988	-0.153993
N=50	-1.73178	-2.13362	-2.40096	-2.39795	-2.12682	-1.45952	-0.603824	-0.37951	-0.248183	-0.17891	-0.153957

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.73504	-1.96124	-2.27028	-2.21731	-2.00399	-1.32278	-0.519363	-0.298658	-0.183984	-0.116985	-0.101535
N=20	-1.60482	-1.98588	-2.23954	-2.23966	-1.9837	-1.34304	-0.514883	-0.301875	-0.181085	-0.119789	-0.0988241
N=30	-1.61124	-1.98456	-2.24008	-2.23993	-1.98391	-1.34382	-0.515052	-0.301908	-0.18104	-0.119799	-0.0987595
N=40	-1.6103	-1.98401	-2.23952	-2.23974	-1.98384	-1.34385	-0.515026	-0.301914	-0.18111	-0.119818	-0.0988501
N=50	-1.60546	-1.98433	-2.24002	-2.23988	-1.98399	-1.34382	-0.515058	-0.301867	-0.181091	-0.119744	-0.0988159

Tabela 7.7 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso da variação do raio do ponto de estagnação nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.45473	-0.496275	-0.550116	-0.532931	-0.465524	-0.320759	-0.189393	-0.147248	-0.109888	-0.0843481	-0.0741813
N=20	-0.416968	-0.50058	-0.544755	-0.536744	-0.462247	-0.323442	-0.189556	-0.147313	-0.109882	-0.0845941	-0.0741231
N=30	-0.417304	-0.500698	-0.544927	-0.536746	-0.462209	-0.32366	-0.189618	-0.14722	-0.109792	-0.0844918	-0.0740251
N=40	-0.416881	-0.500524	-0.544843	-0.536701	-0.462209	-0.323628	-0.189594	-0.147236	-0.109792	-0.0845021	-0.0740306
N=50	-0.415396	-0.500582	-0.544927	-0.536729	-0.462243	-0.323618	-0.189594	-0.147229	-0.10979	-0.0844912	-0.0740264

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.14593	-1.27112	-1.47362	-1.46644	-1.32769	-0.864515	-0.323075	-0.194776	-0.123426	-0.0844731	-0.0725386
N=20	-1.02053	-1.28288	-1.45638	-1.47927	-1.31565	-0.877183	-0.321933	-0.195538	-0.122939	-0.0854085	-0.0720237
N=30	-1.02639	-1.2824	-1.45713	-1.47927	-1.31555	-0.877944	-0.322149	-0.195394	-0.122718	-0.0852269	-0.0717715
N=40	-1.02583	-1.28212	-1.45666	-1.47917	-1.31555	-0.877854	-0.322099	-0.195407	-0.122761	-0.0852248	-0.0718346
N=50	-1.02132	-1.28227	-1.45698	-1.47926	-1.31566	-0.877819	-0.322109	-0.195381	-0.122753	-0.085183	-0.071818

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.03827	-1.15364	-1.34344	-1.33989	-1.21505	-0.78233	-0.267317	-0.147298	-0.0844881	-0.051986	-0.0430449
N=20	-0.921798	-1.16437	-1.32747	-1.3518	-1.20381	-0.794351	-0.266104	-0.148073	-0.0839789	-0.0528807	-0.0425236
N=30	-0.927566	-1.16387	-1.32819	-1.3518	-1.20372	-0.79505	-0.2663	-0.147952	-0.0837806	-0.0527255	-0.042296
N=40	-0.927111	-1.16362	-1.32774	-1.35171	-1.20371	-0.79497	-0.266256	-0.14796	-0.0838235	-0.0527206	-0.0423583
N=50	-0.922958	-1.16376	-1.32803	-1.3518	-1.20382	-0.794937	-0.266266	-0.147936	-0.0838164	-0.0526813	-0.0423426

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.936259	-1.02473	-1.15265	-1.14281	-1.00433	-0.651801	-0.300699	-0.196891	-0.127805	-0.0895365	-0.0769741
N=20	-0.858529	-1.03353	-1.14164	-1.15055	-0.997706	-0.657159	-0.300839	-0.197226	-0.127628	-0.0901698	-0.0767138
N=30	-0.859184	-1.03379	-1.14202	-1.15057	-0.997651	-0.657546	-0.300914	-0.19704	-0.127446	-0.0899726	-0.0765186
N=40	-0.858327	-1.03343	-1.14185	-1.15049	-0.997642	-0.6575	-0.30087	-0.197067	-0.127451	-0.0899907	-0.0765346
N=50	-0.855267	-1.03355	-1.14202	-1.15054	-0.997711	-0.657481	-0.300872	-0.197052	-0.127446	-0.0899673	-0.0765253

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.888848	-0.990716	-1.16381	-1.16811	-1.0684	-0.686339	-0.21806	-0.113981	-0.064872	-0.0415715	-0.0357731
N=20	-0.784802	-1.00005	-1.1496	-1.17878	-1.05821	-0.697489	-0.216834	-0.114699	-0.0643942	-0.0423638	-0.035296
N=30	-0.790471	-0.9995	-1.15025	-1.17878	-1.05814	-0.69813	-0.217016	-0.114608	-0.0642242	-0.0422395	-0.0350988
N=40	-0.790151	-0.999312	-1.14983	-1.17871	-1.05813	-0.698058	-0.21698	-0.114612	-0.0642664	-0.0422316	-0.0351586
N=50	-0.786487	-0.999435	-1.1501	-1.17878	-1.05822	-0.698028	-0.21699	-0.11459	-0.06426	-0.042196	-0.0351445

Tabela 7.8 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso da variação do raio do ponto de estagnação nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.98966	-2.18484	-2.47123	-2.40107	-2.16007	-1.44505	-0.608651	-0.376164	-0.249735	-0.174946	-0.154973
N=20	-1.78826	-2.20016	-2.44211	-2.42257	-2.1404	-1.46501	-0.604621	-0.379222	-0.247172	-0.177641	-0.152579
N=30	-1.79583	-2.19913	-2.44288	-2.42276	-2.14052	-1.46571	-0.604675	-0.379167	-0.246999	-0.177569	-0.152385
N=40	-1.79536	-2.19885	-2.44225	-2.42262	-2.14045	-1.46572	-0.604656	-0.37915	-0.247087	-0.177559	-0.152496
N=50	-1.78829	-2.1991	-2.44274	-2.42275	-2.1406	-1.46569	-0.604694	-0.379105	-0.247073	-0.177489	-0.152467

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.99503	-2.19069	-2.47781	-2.40794	-2.16724	-1.45213	-0.615798	-0.383284	-0.256741	-0.181762	-0.161585
N=20	-1.79321	-2.20605	-2.44863	-2.42948	-2.14753	-1.47211	-0.611768	-0.386347	-0.254174	-0.184463	-0.159187
N=30	-1.80078	-2.20502	-2.4494	-2.42967	-2.14764	-1.47282	-0.611821	-0.38629	-0.254	-0.184389	-0.158993
N=40	-1.8003	-2.20474	-2.44876	-2.42952	-2.14758	-1.47283	-0.611802	-0.386273	-0.254088	-0.18438	-0.159103
N=50	-1.79322	-2.20499	-2.44926	-2.42965	-2.14773	-1.4728	-0.61184	-0.386229	-0.254075	-0.184309	-0.159075

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.96727	-2.16052	-2.44424	-2.37389	-2.13313	-1.42034	-0.585605	-0.353983	-0.228541	-0.154778	-0.135546
N=20	-1.76763	-2.17567	-2.4154	-2.39519	-2.11362	-1.44018	-0.581585	-0.357019	-0.225996	-0.157449	-0.13317
N=30	-1.7752	-2.17464	-2.41616	-2.39538	-2.11373	-1.44088	-0.581642	-0.356967	-0.225826	-0.157379	-0.13298
N=40	-1.77474	-2.17437	-2.41553	-2.39524	-2.11367	-1.44089	-0.581624	-0.356949	-0.225914	-0.157369	-0.133089
N=50	-1.76774	-2.17462	-2.41602	-2.39536	-2.11382	-1.44085	-0.581661	-0.356906	-0.225901	-0.157299	-0.133061

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.992	-2.18739	-2.47407	-2.40398	-2.16301	-1.44783	-0.611338	-0.378791	-0.25228	-0.177393	-0.157338
N=20	-1.79042	-2.20272	-2.44493	-2.42549	-2.14333	-1.4678	-0.607307	-0.381852	-0.249715	-0.180091	-0.154943
N=30	-1.79799	-2.20169	-2.4457	-2.42568	-2.14344	-1.4685	-0.607361	-0.381796	-0.249542	-0.180018	-0.154748
N=40	-1.79751	-2.20142	-2.44506	-2.42554	-2.14337	-1.46852	-0.607343	-0.381779	-0.24963	-0.180009	-0.154859
N=50	-1.79044	-2.20167	-2.44556	-2.42567	-2.14353	-1.46848	-0.60738	-0.381735	-0.249616	-0.179938	-0.15483

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.84891	-2.03242	-2.30537	-2.24215	-2.01546	-1.33058	-0.521236	-0.300471	-0.184465	-0.117978	-0.101699
N=20	-1.65867	-2.04675	-2.27794	-2.26246	-1.9968	-1.34977	-0.517327	-0.303358	-0.182043	-0.120503	-0.0994441
N=30	-1.66621	-2.04571	-2.27868	-2.26263	-1.9969	-1.35044	-0.517393	-0.303318	-0.181886	-0.120444	-0.0992662
N=40	-1.66582	-2.04547	-2.27807	-2.2625	-1.99684	-1.35044	-0.517377	-0.303301	-0.181971	-0.120433	-0.0993727
N=50	-1.65918	-2.0457	-2.27854	-2.26262	-1.99698	-1.35041	-0.517413	-0.303259	-0.181959	-0.120366	-0.0993457

Tabela 7.9 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso de distribuição linear de potência gerada no resistor nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.440888	-0.489933	-0.546876	-0.528248	-0.459676	-0.314575	-0.183809	-0.142084	-0.105684	-0.080849	-0.0711109
N=20	-0.415551	-0.496009	-0.541192	-0.532225	-0.456307	-0.31726	-0.183903	-0.14217	-0.105623	-0.0811055	-0.0710009
N=30	-0.415885	-0.496015	-0.541298	-0.532231	-0.456289	-0.317493	-0.183984	-0.142093	-0.105559	-0.0810187	-0.0709294
N=40	-0.415462	-0.49577	-0.541221	-0.532178	-0.456284	-0.31747	-0.183957	-0.142114	-0.105555	-0.081036	-0.0709308
N=50	-0.414333	-0.495844	-0.541314	-0.53221	-0.456321	-0.317459	-0.183956	-0.142106	-0.105552	-0.0810234	-0.0709254

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.12082	-1.2783	-1.49638	-1.46076	-1.29904	-0.829066	-0.309575	-0.185813	-0.118499	-0.0803075	-0.0697904
N=20	-1.02967	-1.29764	-1.47594	-1.47557	-1.28551	-0.842469	-0.307935	-0.186971	-0.117505	-0.0815892	-0.0687881
N=30	-1.03504	-1.29692	-1.4766	-1.47565	-1.28551	-0.843282	-0.308203	-0.186882	-0.11737	-0.0814645	-0.0686256
N=40	-1.03415	-1.29639	-1.47614	-1.47551	-1.28549	-0.843212	-0.308149	-0.186911	-0.117403	-0.0814852	-0.0686789
N=50	-1.0307	-1.29662	-1.4765	-1.47562	-1.28561	-0.843174	-0.308158	-0.18688	-0.117391	-0.0814359	-0.0686563

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.01745	-1.16341	-1.36801	-1.33596	-1.18805	-0.748395	-0.255209	-0.139729	-0.0808674	-0.0490509	-0.0414521
N=20	-0.932229	-1.18133	-1.34891	-1.34983	-1.17532	-0.761158	-0.253512	-0.140897	-0.0798625	-0.0502914	-0.0404541
N=30	-0.937514	-1.1806	-1.34954	-1.34991	-1.17533	-0.761906	-0.253755	-0.140828	-0.0797433	-0.0501892	-0.0403097
N=40	-0.936726	-1.18013	-1.3491	-1.34978	-1.17531	-0.761842	-0.253708	-0.140851	-0.0797786	-0.0502055	-0.0403632
N=50	-0.933539	-1.18034	-1.34944	-1.34989	-1.17543	-0.761808	-0.253717	-0.140822	-0.0797667	-0.050159	-0.0403418

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.920243	-1.0258	-1.15919	-1.13734	-0.987223	-0.633079	-0.288994	-0.188427	-0.122417	-0.085566	-0.0737625
N=20	-0.867351	-1.03842	-1.14734	-1.14553	-0.980315	-0.638539	-0.288956	-0.18884	-0.122101	-0.0862469	-0.073372
N=30	-0.868018	-1.03845	-1.14759	-1.14556	-0.9803	-0.638953	-0.289069	-0.188684	-0.121971	-0.0860808	-0.0732304
N=40	-0.867141	-1.03794	-1.14743	-1.14546	-0.98028	-0.638924	-0.289019	-0.188722	-0.121968	-0.0861134	-0.0732383
N=50	-0.864785	-1.0381	-1.14762	-1.14553	-0.980355	-0.638902	-0.289021	-0.188705	-0.121961	-0.086086	-0.0732263

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.872103	-1.00207	-1.18887	-1.16509	-1.04269	-0.653935	-0.207409	-0.107736	-0.0622318	-0.0393509	-0.0347469
N=20	-0.795251	-1.01799	-1.17163	-1.17766	-1.03106	-0.665822	-0.205722	-0.10884	-0.0612765	-0.0404848	-0.0338102
N=30	-0.800434	-1.01726	-1.17223	-1.17774	-1.03107	-0.666506	-0.205945	-0.108795	-0.0611774	-0.0404087	-0.0336877
N=40	-0.799784	-1.01687	-1.17181	-1.17763	-1.03105	-0.666448	-0.205907	-0.108812	-0.0612134	-0.0404197	-0.0337402
N=50	-0.796969	-1.01705	-1.17212	-1.17772	-1.03116	-0.666417	-0.205916	-0.108785	-0.0612024	-0.0403775	-0.0337206

Tabela 7.10 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso de distribuição linear de potência gerada no resistor nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.93691	-2.18384	-2.4963	-2.38598	-2.11296	-1.38792	-0.584306	-0.359794	-0.240102	-0.16693	-0.149213
N=20	-1.79311	-2.21136	-2.46213	-2.41062	-2.09093	-1.40911	-0.579562	-0.36342	-0.236812	-0.170138	-0.146117
N=30	-1.80007	-2.20996	-2.46278	-2.41093	-2.09118	-1.40991	-0.579702	-0.363443	-0.236752	-0.170144	-0.14604
N=40	-1.79903	-2.20935	-2.46215	-2.41072	-2.09109	-1.40994	-0.579678	-0.363446	-0.236831	-0.170164	-0.146142
N=50	-1.79364	-2.20971	-2.46271	-2.41088	-2.09127	-1.40991	-0.579713	-0.363394	-0.23681	-0.170082	-0.146104

t = 520 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.94185	-2.18932	-2.50254	-2.39252	-2.11983	-1.39474	-0.591218	-0.366689	-0.246892	-0.17354	-0.155626
N=20	-1.79778	-2.2169	-2.46831	-2.4172	-2.09775	-1.41595	-0.586474	-0.370319	-0.243599	-0.176753	-0.152526
N=30	-1.80474	-2.2155	-2.46895	-2.41752	-2.098	-1.41675	-0.586613	-0.370341	-0.243538	-0.176758	-0.152448
N=40	-1.8037	-2.21489	-2.46832	-2.41731	-2.09792	-1.41679	-0.586589	-0.370345	-0.243617	-0.176778	-0.15255
N=50	-1.7983	-2.21525	-2.46888	-2.41747	-2.09809	-1.41675	-0.586624	-0.370293	-0.243596	-0.176696	-0.152512

t = 779 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.91612	-2.16081	-2.47047	-2.35986	-2.08698	-1.36403	-0.561967	-0.338283	-0.219543	-0.147368	-0.130369
N=20	-1.77344	-2.1881	-2.43658	-2.3843	-2.0651	-1.38511	-0.557235	-0.341887	-0.216272	-0.150552	-0.127292
N=30	-1.78039	-2.1867	-2.43722	-2.38461	-2.06535	-1.3859	-0.557376	-0.341912	-0.216214	-0.150561	-0.127218
N=40	-1.77937	-2.1861	-2.43659	-2.38441	-2.06527	-1.38593	-0.557354	-0.341916	-0.216293	-0.15058	-0.127319
N=50	-1.77403	-2.18645	-2.43715	-2.38456	-2.06544	-1.3859	-0.557388	-0.341864	-0.216272	-0.150499	-0.127281

t = 1039 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.93908	-2.18624	-2.49901	-2.38876	-2.11579	-1.39061	-0.58691	-0.362343	-0.242572	-0.169307	-0.15151
N=20	-1.79516	-2.21378	-2.46481	-2.41341	-2.09373	-1.4118	-0.582165	-0.365971	-0.239281	-0.172517	-0.148412
N=30	-1.80211	-2.21238	-2.46546	-2.41373	-2.09399	-1.41261	-0.582305	-0.365993	-0.23922	-0.172523	-0.148335
N=40	-1.80108	-2.21178	-2.46482	-2.41352	-2.0939	-1.41264	-0.582281	-0.365997	-0.2393	-0.172543	-0.148437
N=50	-1.79568	-2.21213	-2.46539	-2.41368	-2.09408	-1.4126	-0.582316	-0.365945	-0.239279	-0.17246	-0.148399

t = 1299 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.80367	-2.03686	-2.33479	-2.23092	-1.97166	-1.27623	-0.499198	-0.286263	-0.176832	-0.111849	-0.0977327
N=20	-1.66711	-2.06287	-2.30238	-2.25433	-1.95065	-1.29667	-0.494588	-0.289716	-0.173694	-0.114887	-0.0947852
N=30	-1.67403	-2.06149	-2.30301	-2.25462	-1.95088	-1.29743	-0.494734	-0.289752	-0.173644	-0.114903	-0.0947183
N=40	-1.67309	-2.06094	-2.3024	-2.25443	-1.9508	-1.29745	-0.494715	-0.289754	-0.173722	-0.11492	-0.0948166
N=50	-1.66801	-2.06127	-2.30293	-2.25459	-1.95097	-1.29742	-0.494748	-0.289704	-0.173701	-0.114842	-0.0947804

Tabela 7.11 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso com geometria da sonda totalmente cilíndrica nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 10000 pés e Mach de 0.5

t = 260 segundos

	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-0.691391	-0.722998	-0.665144	-0.570774	-0.457896	-0.300587	-0.167929	-0.127924	-0.094857	-0.0719937	-0.0637178
N=20	-0.682216	-0.729286	-0.661144	-0.573385	-0.455305	-0.302369	-0.167866	-0.128065	-0.0945213	-0.0723729	-0.0632979
N=30	-0.680808	-0.729043	-0.66131	-0.573476	-0.45545	-0.3027	-0.168048	-0.128055	-0.0945687	-0.0723515	-0.0633389
N=40	-0.680282	-0.729104	-0.661311	-0.573513	-0.455458	-0.302731	-0.168014	-0.128108	-0.0945495	-0.0723986	-0.0633223
N=50	-0.679995	-0.729038	-0.661301	-0.57348	-0.455455	-0.302693	-0.168004	-0.128087	-0.0945415	-0.0723772	-0.0633136

t = 520 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.4973	-1.57293	-1.49624	-1.35473	-1.15814	-0.740612	-0.274634	-0.164868	-0.10505	-0.0708078	-0.0619289
N=20	-1.47652	-1.58775	-1.48603	-1.36225	-1.14984	-0.748913	-0.273296	-0.165629	-0.103857	-0.0719533	-0.0605937
N=30	-1.47351	-1.58724	-1.4864	-1.36247	-1.15018	-0.749829	-0.273813	-0.165671	-0.104025	-0.0719547	-0.0607406
N=40	-1.47239	-1.58737	-1.48641	-1.36255	-1.15021	-0.749924	-0.273717	-0.165792	-0.103976	-0.0720614	-0.0606978
N=50	-1.47177	-1.58723	-1.48638	-1.36247	-1.15019	-0.74984	-0.273701	-0.165748	-0.10396	-0.0720162	-0.0606801

t = 779 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.30604	-1.37382	-1.31518	-1.20141	-1.03543	-0.657922	-0.224025	-0.123593	-0.072073	-0.0440113	-0.0376239
N=20	-1.28779	-1.38691	-1.30608	-1.20821	-1.02786	-0.665723	-0.222699	-0.124325	-0.070967	-0.0450587	-0.0364003
N=30	-1.28518	-1.38647	-1.3064	-1.2084	-1.02816	-0.666544	-0.223162	-0.124369	-0.0711211	-0.045065	-0.0365348
N=40	-1.2842	-1.38658	-1.30641	-1.20847	-1.02819	-0.666631	-0.223075	-0.124475	-0.0710766	-0.0451586	-0.0364966
N=50	-1.28366	-1.38645	-1.30639	-1.20841	-1.02817	-0.666558	-0.223062	-0.124437	-0.0710632	-0.0451193	-0.0364814

t = 1039 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.24289	-1.30917	-1.23177	-1.09551	-0.901167	-0.570529	-0.257918	-0.167955	-0.109405	-0.0760445	-0.0660898
N=20	-1.22643	-1.32049	-1.22457	-1.10017	-0.896569	-0.57361	-0.257774	-0.168292	-0.108759	-0.0767834	-0.0653001
N=30	-1.22389	-1.32005	-1.22488	-1.10033	-0.896835	-0.574174	-0.258064	-0.168259	-0.108832	-0.0767345	-0.0653639
N=40	-1.22294	-1.32016	-1.22487	-1.1004	-0.896845	-0.574243	-0.258001	-0.168352	-0.108798	-0.0768184	-0.0653335
N=50	-1.22243	-1.32004	-1.22486	-1.10034	-0.896838	-0.574178	-0.257986	-0.168315	-0.108784	-0.0767805	-0.0653185

t = 1299 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-1.10277	-1.16133	-1.12014	-1.03517	-0.904305	-0.575624	-0.18397	-0.0971633	-0.0567396	-0.036205	-0.0321658
N=20	-1.08721	-1.17257	-1.1122	-1.04121	-0.897474	-0.582909	-0.182685	-0.0978263	-0.0557479	-0.0371224	-0.0310782
N=30	-1.08501	-1.17221	-1.11248	-1.04138	-0.897729	-0.583647	-0.183104	-0.0978759	-0.0558913	-0.0371373	-0.0312035
N=40	-1.08419	-1.1723	-1.11249	-1.04144	-0.897756	-0.583724	-0.183027	-0.0979671	-0.0558523	-0.0372175	-0.0311701
N=50	-1.08373	-1.17219	-1.11247	-1.04138	-0.897742	-0.583661	-0.183016	-0.0979355	-0.055841	-0.0371844	-0.0311573

Tabela 7.12 – Tabelas de convergência da temperatura adimensional em função da ordem de truncamento N para o caso com geometria da sonda totalmente cilíndrica nas condições do escoamento compressível durante o teste em voo a uma altitude de 15000 pés e Mach de 0.51

t = 260 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-2.47767	-2.62206	-2.49786	-2.23225	-1.89794	-1.24951	-0.521441	-0.321918	-0.213865	-0.148858	-0.132801
N=20	-2.45134	-2.64022	-2.48219	-2.24441	-1.88623	-1.26181	-0.51834	-0.32469	-0.211344	-0.151703	-0.130235
N=30	-2.44662	-2.63845	-2.48182	-2.2443	-1.88639	-1.26226	-0.518452	-0.324474	-0.2113	-0.151461	-0.13018
N=40	-2.44472	-2.63887	-2.48183	-2.24441	-1.88636	-1.26249	-0.518343	-0.324598	-0.211234	-0.151587	-0.130117
N=50	-2.44379	-2.6387	-2.48184	-2.24432	-1.88636	-1.26241	-0.518358	-0.324547	-0.211229	-0.151532	-0.130108

t = 520 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-2.4909	-2.63608	-2.51108	-2.24407	-1.90854	-1.25856	-0.529376	-0.329445	-0.221015	-0.155647	-0.139344
N=20	-2.46444	-2.65432	-2.49533	-2.25628	-1.89678	-1.27089	-0.526272	-0.332225	-0.218486	-0.158502	-0.136769
N=30	-2.4597	-2.65255	-2.49496	-2.25617	-1.89695	-1.27134	-0.526384	-0.332008	-0.218441	-0.158259	-0.136713
N=40	-2.45779	-2.65296	-2.49496	-2.25628	-1.89692	-1.27157	-0.526274	-0.332132	-0.218375	-0.158385	-0.136651
N=50	-2.45685	-2.6528	-2.49498	-2.25619	-1.89691	-1.27149	-0.526289	-0.332081	-0.21837	-0.15833	-0.136641

t = 779 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-2.42838	-2.57002	-2.44934	-2.18974	-1.86115	-1.21977	-0.497206	-0.299705	-0.193369	-0.129838	-0.114591
N=20	-2.40254	-2.58786	-2.43393	-2.20173	-1.84959	-1.23198	-0.494121	-0.302438	-0.190881	-0.132638	-0.11206
N=30	-2.39792	-2.58613	-2.43357	-2.20162	-1.84975	-1.23242	-0.494236	-0.30223	-0.190839	-0.132403	-0.112008
N=40	-2.39606	-2.58653	-2.43358	-2.20172	-1.84972	-1.23264	-0.494129	-0.302351	-0.190775	-0.132526	-0.111947
N=50	-2.39515	-2.58637	-2.43359	-2.20163	-1.84971	-1.23257	-0.494143	-0.302301	-0.19077	-0.132473	-0.111938

t = 1039 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-2.4832	-2.62791	-2.50333	-2.23706	-1.90215	-1.25295	-0.524305	-0.324569	-0.216332	-0.151163	-0.135012
N=20	-2.45681	-2.6461	-2.48762	-2.24925	-1.89042	-1.26527	-0.521201	-0.327344	-0.213807	-0.154013	-0.132442
N=30	-2.45209	-2.64433	-2.48726	-2.24914	-1.89058	-1.26572	-0.521314	-0.327128	-0.213762	-0.15377	-0.132387
N=40	-2.45018	-2.64475	-2.48726	-2.24925	-1.89055	-1.26595	-0.521205	-0.327252	-0.213696	-0.153896	-0.132324
N=50	-2.44926	-2.64458	-2.48728	-2.24915	-1.89054	-1.26587	-0.521219	-0.327201	-0.213691	-0.153841	-0.132315

t = 1299 segundos											
	X=0.	X=0.1	X=0.2	X=0.3	X=0.4	X=0.5	X=0.6	X=0.7	X=0.8	X=0.9	X=1.
N=10	-2.2336	-2.3655	-2.2621	-2.03209	-1.73413	-1.13044	-0.439698	-0.254053	-0.157068	-0.100485	-0.0877689
N=20	-2.20971	-2.38206	-2.24773	-2.04334	-1.72317	-1.14221	-0.436721	-0.25661	-0.154729	-0.103093	-0.0853942
N=30	-2.20546	-2.38047	-2.2474	-2.04325	-1.72332	-1.14264	-0.436845	-0.256428	-0.1547	-0.102884	-0.0853538
N=40	-2.20375	-2.38085	-2.2474	-2.04334	-1.72329	-1.14285	-0.436747	-0.25654	-0.15464	-0.102997	-0.0852974
N=50	-2.20292	-2.3807	-2.24742	-2.04326	-1.72329	-1.14277	-0.43676	-0.256494	-0.154636	-0.102948	-0.0852892